PAVY BELOIU

LITERATURA

INDEX

Cuvânt înainte

Lucrarea de față face parte din *Frumosul și Adevărul*, o năzuință a mea de câțiva ani, când am început sa mă gândesc și sa visez la o carte mai speciala legată de artă și matematică.

Fiind pasionat de pictură, de mic mâzgăleam animale din Zoologie, indieni și insule, când am început sa citesc Robinson Crusoe și mai târziu mă topeam după filmele cu Winnetou. Aplecarea și plăcerea spre arte m-a făcut sa iubesc frumosul și visam să devin pictor, căci îl aveam ca model pe maestrul Donici, unchiul meu, care mă lua cu el la peisaje și mi-a făcut portretul când aveam câțiva anișori. Mama mă lăuda la toți vizitatorii și se delecta cu schițele mele în cărbune sau acuarele și mai târziu cu uleiurile găsite în atelierul părăsit a lui nea Sandi-Donici.

Goana după frumos, albumele vechi și Larousse-ul lui tata m-au pasionat și m-au urmărit mereu. Cu matematica e mai greu, căci am învățat-o anevoie, mă sileau frații mei mai mari cu lecții plicticoase și amenințări că nu-mi fac datoria la școală...încet, încet, de voie, de nevoie, am prins algebra și geometria, care trebuia la admiteri. Cărțile lui Gheba cu cârnați de fracții care n-aveau sfârșit, algebre de la ruși, gazete matematice și mai târziu geometria lui Tițeica au bătut la ușă și le-am savurat pe rând...ajunsesem cel mai bun din clasă, apoi pe la olimpiade...visul de pictor a dispărut, căci comuniștii schimbaseră rostul și menirea artei, vremile m-au împins la Arhitectură și am început o munca disperată sa învăț singur geometria proiectivă-afină și descriptivă introdusa de francezi (Gaspard Monge) pe timpul lui Napoleon-.

Frumosul din desene se lua de mână cu geometria afină și conicele cu secțiuni și arii erau pasiunea anilor de liceu. Așa au apărut interesul pentru corpuri secționate și rotite în perspective, poliedrele regulate și secțiunea de aur. Toate le-am strâns în tolba educației mele și au mers de mână, arta cu geometria și algebra, ca 2 surori, care mă însoțesc și acum când am fire de argint și barba cu sclipiri de rouă...

Motivația mea și pasiunea pentru frumos și matematică s-au regăsit mai la urmă cu setea și foamea după Adevărul, pe care l-am regăsit în Scripturi-Cuvântul divin. Primindu-l pe Isus ca Domn și Salvator, mi-am reorientat preferințele și viziunea mea către estetică și știință s-a modelat după suflul divin pe care l-am găsit în Cuvântul Domnului.

Cum sa îmbin Frumosul cu Adevărul? Iată o provocare la care încerc sa răspund prin scrierile mele recente. Cele 2 trăsături divine se găsesc în Armonia desăvârșită, în persoana Domnului și străpung toate paginile Scripturii. Psalmii, vechea carte Iov, Moise și David, ca maeștrii constructori, poemele din Cântarea Cântărilor și adâncimea Proverbelor, cutreieră paginile Scripturii și mă uimesc zilnic când cuget la frumusețea lor.

În scrierile mele am pornit de la măsuri și proporții, care definesc limite și margini, am căutat măsurile, fracțiile în Biblie, le-am regăsit în dimensiunile magice ale Cortului lui Moise și la Templul lui Solomon. M-a fascinat creșterea armonică a spiralelor și le-am aflat în viața creștină normală, descrisa mereu, mereu în Evanghelii. *Spira Mirabilis* și logaritmii definesc aceste doua creșteri, aritmetică (clipă de clipă, ceas de ceas, an de an...) și geometrică (mereu, mereu, exponențială, armonioasă) ca și trupul și toate mădularele asemuite cu Biserica-Mireasa sau Templul Duhului.

Logos-arithmos, cum i-a numit John Napier, *proporția numerelor* s-au născut acum 4 secole și câțiva temerari, Bürgi si Briggs, oameni cucernici și evlavioși au fost luminați de Domnul cu iscusință, pricepere și descoperiri, care au salvat omenirea.

Invenția logaritmilor, rigla de calcul și apoi sistemul binar au dus la progres și calculațiile s-u simplificat în toate domeniile. Acești eroi ai Adevărului matematic, găsit în subdiviziile lui UNU, au fost în același timp temători și evlavioși și l-au iubit pe Domnul. Scrierile mele, umile și modeste aduc comori dezgropate, uitate în colbul vremilor și adormite în negura istoriei.

Cine mai știe de logaritmi? Noi, cei de pe urma am prins vremuri de har și speciale, când algebra și logaritmii se studiau în școli. Acum tabelele lor și sinus și cosinus și puterile sunt în toate buzunarele și nimeni nu le mai prețuiește. Să uitam oare năzuința acestor mari temerari care zeci de ani au istovit în calculații cu 20 de zecimale făcute pe brânci la luminare? Ei s-au jertfit pe tărâmul Înțelepciunii și Priceperii și truda lor se revarsă și azi în binefaceri care merg spre ceruri.

Fie ca cititorii sa continue gândurile mele și sa găsească același Izvor, din care se iau de mână Frumosul și Adevărul, Domnul Nostru și Salvatorul lumii.

Motto

Ps 45,3

Tu ești cel mai **frumos** dintre oameni, harul este turnat pe buzele tale

Ioan 14,7

Isus a zis: Eu sunt Calea, **Adevărul** și Viața

(Pavy Beloiu Statele Unite 2023)

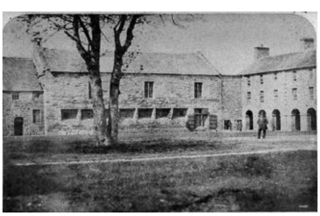
John Napier și istoria logaritmului

John Napier din Merchiston (1550–1617), poreclit Marvelous Merchiston, a fost un bogat proprietar scoțian, cunoscut ca matematician, fizician și astronom. El a fost al 8-lea proprietar al domeniului Merchiston. Numele său latinizat era Ioannes Neper. John Napier este cel mai bine cunoscut ca descoperitorul logaritmilor. De asemenea, a inventat așa-numitele „oase ale lui Napier” și a adus utilizarea punctului zecimal în aritmetică și matematică. Locul de naștere al lui Napier, Turnul Merchiston din Edinburgh, face acum parte din incinta Universității Napier din **Edinburgh**. Napier era una dintre cele mai importante familii scoțiene la acea vreme.



Castelul **Merchiston** 1829 și 2012 în **Edinburgh**

Tatăl lui Napier a fost Sir *Archibald Napier* de la Castelul Merchiston, iar mama sa a fost *Janet Bothwell*, fiica politicianului și judecătorului Francis Bothwell. Archibald studiase legile și era priceput la matematică. El a fost deputat la justiție și a fost numit cavaler în 1565, iar în 1582 a fost numit maestru al monetăriei din Scoția. John a fost al optulea din cei 10 copii ai lui Archibald Napier. Acesta avea 16 ani când sa născut John Napier.



St Salvator's College, St Andrews- Edinburgh

Nu există referințe despre educația timpurie a lui Napier, dar mulți cred că el a fost învățat privat în timpul copilăriei timpurii. La vârsta de 13 ani, a fost înscris la St Salvator's College, St Andrews, nord de Edinburgh, unde a și locuit.

Calitatea educației oferite de universitate era slabă, în parte din cauza conflictelor provocate de Reforme, între cei de vechea credință catolică și numărul tot mai mare de protestanți. Napier a scris mulți ani mai târziu că tocmai la St Andrews a devenit pentru prima dată pasionat de teologie, dar acolo a studiat și latina și matematică.

Din păcate, la 20 decembrie 1563, la doar două luni după ce Napier s-a înscris la St Andrews, mama sa Janet a murit la doar 29 de ani. Mai târziu, în 1571, Sir Archibald s-a căsătorit cu o verișoară, Elizabeth Mowbray, de la care a avut zece copii. Nu există documente care să arate că John Napier și-a terminat educația la St Andrews. Se crede că a părăsit Scoția pentru a-și continua educația în Europa continentală, urmând sfatul dat de unchiul său Adam Bothwell într-o scrisoare scrisă tatălui lui John Napier la 5 decembrie 1560, în care spunea:

Vă rog, domnule, să-l trimiteți pe John la școli fie în Franța, fie în Flandra, căci nu poate învăța nimic bun acasă.

Nu se știe ce universitate a urmat Napier în Europa, dar când s-a întors în Scoția în 1571, vorbea fluent greacă, o limbă care nu era predată în mod obișnuit în universitățile europene la acea vreme. De asemenea, nu există mărturii care să arate înscrierea lui la universitățile renumite din Paris sau Geneva în acel timp.

Când s-a întors de la studii, la Edinburgh, Napier și-a găsit tatăl închis în Turnul Edinburgh de către armata Reginei, în timp ce casa familiei de la Merchiston a fost ocupată de forțele regentului, care au asediat orașul. În 1571, Napier, în vârstă de 21 de ani, s-a însurat cu **Elizabeth Stirling**, cu care a avut 2 copii. În anul următor, 1572, când Castelul Merchiston a fost bombardat de tunurile Castelului Edinburgh, Napier și-a căutat refugiu pe una dintre moșiile familiei la Gartness, în Stirlingshire. Apoi a cumpărat un castel la Gartness în 1574. După moartea timpurie a soției sale, în 1579 s-a recăsătorit cu Agnes Chisholm, cu care a avut 10 copii.

Castelul Merchiston, prima soție Agnes și tatăl Archibald

La moartea tatălui său în 1608, Napier și familia sa s-au mutat la Castelul Merchiston din Edinburgh, unde a locuit restul vieții sale.

John Knox și John Napier (mijloc și dreapta) în tinerețe și la maturitate

Interesul său principal a fost spiritual și a îndrăgit educația teologică. A fost un credincios protestant activ și combatant și s-a opus cu îndârjire la învățătura dată de Papa de la Roma. Napier a fost profund influențat de Reforma lui Luther, care începuse în 1500 în Germania. Mentorul său în Scoția a fost Christopher Goodman (1520–1603), fost profesor la colegiul urmat de Napier și bun prieten cu reformatorul John Knox (1514 -1572). Goodman a fugit din Anglia, când aici au domnit regii catolici. S-a dus în Germania și Elveția și a ajutat apoi la traducerea Bibliei în engleza (Geneva Bible).

John Napier a publicat în 1593 studii la cartea Apocalipsei, unde atacă direct biserica catolică, afirmând ca papa este Anticristul. Cartea a fost tradusă în câteva limbi și a suferit 21 de ediții succesive, dintre care 10 au apărut când Napier era încă în viață. Napier a fost confesorul spiritual al regelui scoțian **James VI**, care a devenit mai târziu celebrul **King James I** al Angliei, cel care a inițiat și traducerea cea mai populara a Bibliei în engleză KJV, folosită și astăzi în toată lumea.

Interesul lui Napier nu s-a oprit la religie. Ca un mare proprietar de pământuri, el a experimentat diferite îngrășăminte naturale, de la cirezile sale și le-a folosit cu sare, ca să obțină recolte mai bune. În 1579 a inventat un șurub hidraulic pentru a controla nivelul apei în puțurile minelor de cărbuni. Și-a arătat interesul și în tehnica militară și a inventat niște oglinzi uriașe care puteau arde navele de război inamice (erau corăbiile spaniole ale regelui Filip II al Spaniei, care intenționa să cucerească Anglia), la fel ca Arhimede cu mult timp în urmă.

Mai mult, a proiectat o mașină de artilerie, care putea distruge totul pe o rază de 4 mile (6 km). Nu se știe nimic, dacă proiectele sale s-au aplicat sau nu, mai târziu. Napier a descris mai întâi punctul zecimal, permițând efectuarea de calcule fără utilizarea de fracții complexe. El a descoperit ceea ce în cele din urmă va fi numit „Triunghiul lui Pascal” și l-a folosit cu mult înainte ca Blaise Pascal să se nască.

Sunt și istorii neobișnuite, fanteziste, care l-au desemnat caraghios și chiar mistic-ocult. Se spune că avea mereu cu el un cocos negru și-l folosea să prezică și să găsească hoți și răufăcători. Când porumbeii unui vecin i-a invadat grădinile, el s-a răzbunat în mod neobișnuit. El a stropit grăunțele din grădini cu rachiu și porumbeii hămesiți s-au îmbătat și au fost găsiți a doua zi cu burțile în sus. Desigur sunt greu de crezut astfel de povești, puse pe seama unuia dintre cei mai geniali inventatori din istoria matematicii-logaritmii și a unui cunoscător și adorator al Sfintelor Scripturi.

Progrese în matematică

Înmulțirea prin zăbrele, folosită de Fibonacci, a fost făcută mai convenabilă prin introducerea oaselor lui Napier-1617, un instrument de înmulțire și împărțire care folosește un set de tije numerotate.

Tijele aveau numere și simboluri matematice gravate pe ele, și puteau fi folosite pentru a efectua operații matematice complexe prin alinierea tijelor într-un mod specific.

Pentru a efectua *înmulțirea*, utilizatorul alegea mai întâi două tije, câte una pentru fiecare dintre numerele pe care dorea să le înmulțească. Fiecare tijă avea o serie de coloane cu numere gravate pe ele, iar utilizatorul alinia tijele astfel încât prima coloană a unei tije să fie aliniată cu prima coloană a celeilalte tije. Utilizatorul citea apoi numărul din partea de sus a coloanei rezultate, care era produsul celor două numere. Dacă produsul avea mai multe cifre, utilizatorul efectua înmulțirea cu tije suplimentare, folosind prima cifră a produsului ca număr în coloana următoare. La final utilizatorul alinia tijele cu numerele pe care dorea să le înmulțească și citea produsul din partea de sus a tijelor.

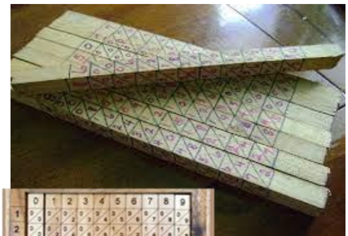
Pentru *împărțire*, utilizatorul aranja tijele într-un mod care să reprezinte dividendul și divizorul, cu dividendul scris de-a lungul vârfului tijelor și divizorul scris pe lateral, apoi efectua împărțirea scăzând în mod repetat divizorul din dividend până când avea rezultatul.

Tijele au fost aranjate în așa fel încât operațiile aritmetice să poată fi efectuate prin simpla privire în vârful tijelor, făcând procesul mai rapid și mai puțin predispus la erori decât metodele anterioare.

Utilizatorul folosea apoi tijele pentru a scădea în mod repetat divizorul din dividend, până când avea rezultatul final. Pentru a face acest lucru, utilizatorul alinia tijele astfel încât dividendul să fie deasupra și divizorul să fie în lateral, apoi să se uite în partea de sus a tijelor pentru a vedea rezultatul scăderii. Utilizatorul continua acest proces până când rezultatul era final.

Este important de menționat că oasele lui Napier au fost concepute pentru a efectua operații aritmetice în baza 10, așa că tijele aveau doar simboluri și numere pentru cifrele 0-9. În ciuda acestei limitări, dispozitivul a reprezentat încă o îmbunătățire semnificativă față de metodele anterioare de înmulțire și împărțire și a fost utilizat pe scară largă până la inventarea riglei de calcul și mai apoi a calculatoarelor electronice în secolul al XX-lea.

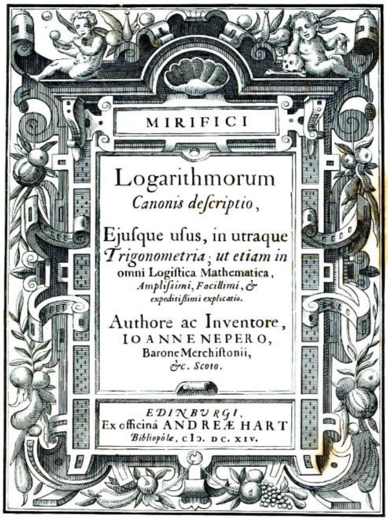
Mașina de calcul și oasele de fildeș



Dificultatea și greutatea calculului... o trudă care este de natură să-i descurajeze pe cei mai mulți oameni de la studiul matematicii... toată viața mea, cu putere și puțin geniu pe care le dețin m-am străduit să le înlătur.

(John Napier)

Lucrarea sa, *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio* (1614) conținea 57 de pagini de explicații și 90 de pagini de tabele care enumerau logaritmii naturali ai funcțiilor trigonometrice. Cartea are, de asemenea, o discuție excelentă despre teoremele din trigonometria sferică, cunoscute de obicei sub numele de Regulile lui Napier ale elementelor circulare.



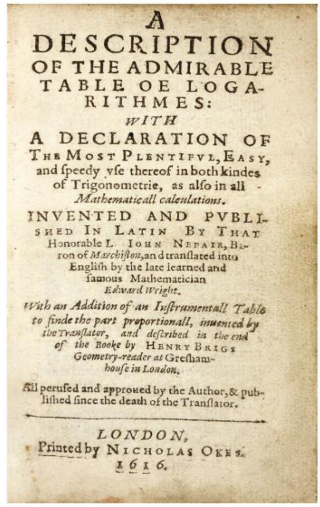
MIRIFICI

Logarithmorum
Canonis deſcriptio,

Ejuſque uſus, in utraque *Trigonometria; ut etiam in* omni Logiſtica Mathematica, *Amplißimi, Facillimi, & expeditißimi explicatio.*

Authore ac Inventore, IOANNE NEPERO, Barone Merchiſtonii, *&c. Scoto.*

EDINBURGI,
Ex officinâ ANDREÆ HART
Bibliopolæ, CIↃ. DC. XIV.



A
DESCRIPTION
OF THE ADMIRABLE
TABLE OE LOGARITHMES:
WITH
A DECLARATION OF
THE MOST PLENTIFVL, EASY, and ſpeedy vſe thereof in both kindes of Trigonometrie, as alſo in all *Mathematicall calculations.*

INVENTED AND PVBLISHED IN LATIN BY THAT Honorable L. IOHN NEPAIR, Baron of *Marchiſton*, and tranſlated into Engliſh by the late learned and famous Mathematician *Edward Wright.*

With an Addition of an Inſtrumentall Table to finde the part proportionall, inuented by the Tranſlator, and deſcribed in the end of the Booke by HENRY BRIGS *Geometry-reader at* Greſham-*houſe in London.*

All peruſed and approued by the Author, & publiſhed ſince the death of the Tranſlator.

LONDON,
Printed by NICHOLAS OKES.
1616.

Invenția logaritmilor, a fost preluată rapid la Gresham College, iar matematicianul englez **Henry Briggs** l-a vizitat pe Napier de două ori în 1615 și 1616. Printre chestiunile discutate au fost o recalculare a logaritmilor lui Napier, modificarea bazei, eventual adoptarea bazei 10. Nici Napier, nici Briggs nu au descoperit de fapt baza ***e***; acea descoperire a fost făcută zeci de ani mai târziu de Jacob Bernoulli.

Napier i-a delegat lui Briggs calculul unui tabel revizuit. Avansul de calcul disponibil prin logaritmi fost uriaș, căci s-au simplificat toate calculele, s-au redus la unele simple, s-a micșorat gradul de dificultate (înmulțirea și împărțirea au devenit adunare și scădere, radicalul împărțire și ridicarea la putere, înmulțire).

Calea a fost deschisă pentru progresele științifice de mai târziu, în astronomie, dinamică și alte domenii ale fizicii. Napier a îmbunătățit notația zecimală a lui Simon Stevin, introducând punctul zecimal (.) ca delimitator, pentru partea fracționară. Poate că Napier a lucrat în mare măsură izolat, dar a avut contact cu Tycho Brahe, savantul danez care a lucrat și cu Kepler la Praga și a corespondat cu prietenul său John Craig. Craig a anunțat cu siguranță descoperirea logaritmilor lui Brahe în anii 1590 (denumirea în sine a venit mai târziu).

(John Napier):

Văzând cum calculul acestui tabel, care ar fi trebuit să fie perfecționat prin munca și durerile multor calculatori, a fost terminat doar prin operarea și munca unuia singur, nu este surprinzător dacă s-au strecurat în ele multe erori.. Vă implor, cititori binevoitori, scuzați-i pe aceștia, dacă cauzele au fost de la oboseala de calcul sau de o neglijența presei; pentru noi, pentru mine, scăderea sănătății și chestiuni mai grele m-au împiedicat să adaug ultimul finisaj. Dar dacă voi înțelege că utilizarea acestei invenții se dovedește acceptabilă pentru cei învățați, voi da, poate, în scurt timp (cu voia lui Dumnezeu) philo sofia și metoda fie de a modifica acest Canon, fie de a construi un nou unul pe un plan mai bun; astfel încât prin hărnicia multor calculatoare, un Canon mai bine finisat și mai precis decât munca unei singure persoane ar putea în cele din urmă să vadă lumina. Nimic nu este perfect la naștere

Nu avem suficiente dovezi cum Napier a ajuns la invenția logaritmilor. După ce și-a construit tabelele de calculație pe oase de fildeș, el s-a gândit sa extindă metoda și la calcule mai complexe, radicali și puteri. Era versat în trigonometrie și ştia desigur formula care transforma produsul de sinus-uri în diferență de cosinus-uri

(sin A)(sin B)=1/2(cos(A-B)-cos(A+B))

Aceasta reduce cu un grad operațiile-de la înmulțire la scădere. A fost poate idea de pornire, care l-a pus pe gânduri.

$$2^m 2^n = 2^{m+n}$$

-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
1/8	1/4	1/2	1	2	4	8	16	32	64

-2	-1	0	1	2	3
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8

→

-2	-1	0	1	2	3
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8

A doua idee a fost proprietatea progresiilor geometrice și aritmetice. Acestea au fost studiate de înaintașul său în Germania, **Michael Stifel** (1487-1567), prieten cu Luther. El a fost mai întâi preot reformat, apoi pasionat de matematică. În 1558 a devenit profesor la recent înființata Universitate din Jena. În 1544 el a publicat lucrarea de seamă **Aritmetica integra**.

Stifel a analizat câteva calcule simple, cu progresia geometrică a lui 2 (rândul de jos)

$\frac{1}{4}$ x $8 = 2$ se reduce la adunarea -2+3=1 ($2^{-2}2^{3} = 2^{-2+3}$)

Deci 1 (din rândul 1 tabela 2) corespunde cu rezultatul final 2 (tabela 2)

Aceste observații sunt ideile cheie din spatele logaritmilor, dar idea lui Stifel a fost numai pentru valori întregi ale exponentului, însă Napier le-a extins la valori continue, foarte apropiate. Idea lui a fost următoarea: dacă putem scrie orice număr pozitiv ca exponentul unui număr fix, (mai târziu se va numi bază), atunci înmulțirea și împărțirea se vor reduce la adunarea și scăderea exponenților, la fel și radicalii și puterile se vor reduce la împărțiri și înmulțiri ale exponenților. Deci fiecare operație aritmetică se va reduce la o treaptă mai jos, făcând astfel operațiile complicate mai ușor de calculat.

După multe încercări Napier a ales baza mai mica decât 1 și anume

$$1\text{-}10^{m-7} = 0.9999999$$

În continuare voi arăta pe larg tabelele lui Napier și cum a ajuns la definiția logaritmului ca proporția numărului=*logos aritmos.*

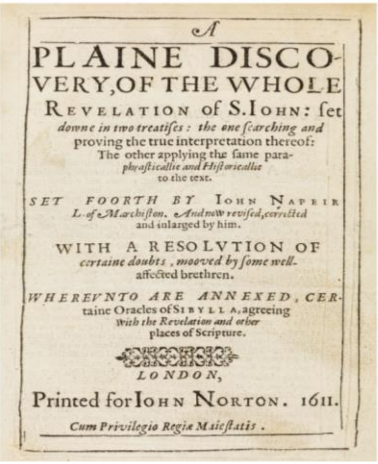
Opera teologică

1593 studii la cartea Apocalipsei (Plaine discovery of the whole revelation of St John-descoperire clară a întregii Apocalipse a Sf. Ioan)

Tratatul lui John Napier despre Apocalipsa din cartea Sfântului Ioan, este o lucrare în care a încercat să interpreteze simbolurile și profețiile. În această lucrare, Napier a folosit abilitățile sale matematice pentru a decoda și a calcula momentul sfârșitului lumii și al altor evenimente profetice descrise în Apocalipsă. Cu toate acestea, interpretarea sa asupra cărții nu a fost acceptată și a fost adesea controversată. Studiul Apocalipsei și al interpretării acesteia au fost subiecte de multă dezbatere de-a lungul secolelor, iar tratatul lui Napier a fost doar una dintre multele scrieri în acest sens.

NAPIER'S CHRONOLOGY OF SALVATION HISTORY

Event in the Revelation	Scriptural Reference	Napier's Date	Page in *Plaine Discovery*	Napier's Historical Interpretation
1st Seal	Rev 6:1	29 A.D.	p. 216	Baptism of Christ. Gospel of Matthew written.
2nd Seal	Rev 6:3	36 A.D.	p. 217	Christians persecuted. Gospel of Mark written.
3rd Seal	Rev 6:5	43 A.D.	p. 217	Global famine. Gospel of Luke written.
4th Seal	Rev 6:7	50 A.D.	p. 218	Gospel of John written.
5th Seal	Rev 6:9	57 A.D.	pp. 218–9	Nero's temporal power increased.
6th Seal	Rev 6:12	64 A.D.	p. 219	Nero persecuted Christians, committed incest & murder.
7th Seal	Rev 8:1	71 A.D.	pp. 227–8	Persecution of Christians suspended under Flavian Dynasty.
1st Trumpet/ Vial	Rev 8:7/ 16:2	71 A.D.	pp. 229/ 287–8	Effeminate & tyrannical Roman Emperors.
2nd Trumpet/ Vial	Rev 8:8–9/ 16:3	316 A.D.	pp. 229–30/ 288	Constantine shifted imperial seat from Rome to Constantinople.
3rd Trumpet/ Vial	Rev 8:10–11/ 16:4-7	561 A.D.	pp 230/ 288–9	Rise of Islam & apostasy of Christians in the Near East.
4th Trumpet/ Vial	Rev 8:12/ 16:8–9	806 A.D.	pp.230–1/ 289–90	Church corrupted by Islam in the East & Papacy in the West. Charlemagne divided Holy Roman Empire between his sons.
5th Trumpet/ Vial	Rev 9:1/ 16:10–11	1051	pp. 233/ 290	Rising power of Islam.
6th Trumpet/ Vial	Rev 9:13/ 16:12–13	1296	pp. 236/ 290–1	Unification of formerly disparate Islamic peoples.
7th Trumpet/ Vial	Rev 11:15/ 16:17–21	1541	pp. 251–2/ 291–3	Protestant Reformers active & successful.
1st Jubilee	Rev 14:6	1541	p. 276	Protestant reformers bringing truth of Gospels to light.
2nd Jubilee	Rev 14:8	1590	pp. 276–7	Fall of Rome as new Babylon. Military successes of Protestant against Catholic states.
3rd Jubilee	Rev 14:9–10	1639	p. 277	Final defeat of Rome.
4th Jubilee	Rev 14:14	1688–1700	p. 278	Second Coming of Christ, God's Judgement, Destruction of World, Creation of New Heaven and New Earth.


A PLAINE DISCOVERY, OF THE WHOLE REVELATION of S. IOHN: set downe in two treatises: the one searching and proving the true interpretation thereof: The other applying the same paraphrasticallie and Historicallie to the text.

SET FOORTH BY IOHN NAPEIR L. of Marchiston. And now revised, corrected and inlarged by him.

WITH A RESOLVTION OF certaine doubts, mooved by some well-affected brethren.

WHEREVNTO ARE ANNEXED, CERtaine Oracles of SIBYLLA, agreeing with the Revelation and other places of Scripture.

LONDON,

Printed for IOHN NORTON. 1611.

Cum Privilegio Regiæ Maiestatis.

Napier a avut un interes pentru Cartea Apocalipsei, din perioada studenției sale la St Salvator's College, St Andrews. Sub influența predicilor lui Christopher Goodman, el și-a dezvoltat o aversiune puternică împotriva papei și religiei catolice. Cartea a fost scrisă în engleză, spre deosebire de celelalte publicații ale sale, pentru a ajunge la cel mai larg public și pentru ca, potrivit lui Napier, *„cei simpli din această insulă să poată fi instruiți”*. Napier a identificat evenimente în ordine cronologică, despre care el credea că sunt paralele cu evenimentele descrise în Cartea Apocalipsei, crezând că structura Apocalipsei presupunea că profețiile vor fi îndeplinite treptat. În această lucrare, Napier a datat cea de-a șaptea trompetă în 1541 și a prezis că sfârșitul lumii va avea loc fie în 1688, fie în 1700. Napier nu credea că oamenii ar putea cunoaște adevărata dată a vremurilor din urmă, dar a susținut că, deoarece Biblia conține atât de multe indicii despre sfârșit, Dumnezeu a vrut ca Biserica să știe când va veni sfârșitul.

În prefața sa la Plaine Discovery, adresată lui James al VI-lea, din 29 ianuarie 1594, Napier l-a îndemnat pe rege să vadă *„ca dreptatea să fie făcută împotriva dușmanilor bisericii lui Dumnezeu*” și l-a sfătuit pe rege *„să reformeze enormitățile din țară și să înceapă cu propria sa casă, familie și curte”*.

Volumul a avut succes în țară și în străinătate. În 1600, *Michiel Panneel* a tipărit o traducere olandeză, iar aceasta a ajuns la o a doua ediție în 1607. În 1602 lucrarea a apărut la La Rochelle într-o versiune franceză, de *Georges Thomson*, revizuită de Napier. Autorul a declarat că încă intenționează să publice o ediție în latină, dar aceasta nu a apărut niciodată. O traducere în germană, de către *Leo de Dromna,* a primei părți a lucrării lui Napier a apărut la Gera în 1611 și a întregii lucrări de către Wolfgang Meyer la Frankfurt-am-Main, în 1615.



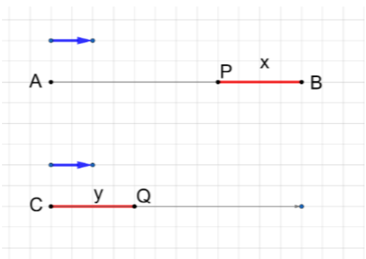
Biserica St. Cuthbert, statuia lui Napier din Muzeul personalităților scoțiene-Edinburgh și placa memoriala, la mormânt

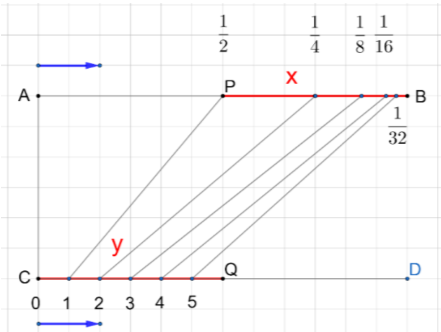
Napier a murit din cauza gutei acasă, la Castelul Merchiston, la vârsta de 67 de ani. A fost înmormântat în curtea din St Giles din Edinburgh. După pierderea curții din St Giles pentru a construi Parlamentul, rămășițele sale au fost transferate într-o boltă subterană din partea de nord a bisericii parohiale **St Cuthbert** din partea de vest a orașului Edinburgh.

Un alt personaj, uitat în timp este *Jost Bürgi*, despre care nu se scrie mai nimic. Vom vedea apoi, cum Dumnezeu l-a folosit sa aducă lumina în istoria logaritmilor, el a trecut de la mecanisme și ceasuri la măsurarea distantelor dintre stele și a calculat singur valoarea funcțiilor trigonometrice și mai presus logaritmii, independent de munca lui Napier și a urmașilor lui din Scoția.

Logaritmul și progresiile-aritmetice, geometrice- Modelul cinematic al lui Napier

Napier a folosit modelul cinematic-geometric, ca să explice ideile sale cu logaritmii.





Fie un punct P, care se mișcă pe AB cu o viteza proporțională cu distanta rămasă PB, iar Q se mișcă pe distanța CD cu viteza constantă egala cu viteza inițială a lui P. Punctele P și Q pornesc în același timp din A și C.

Când timpul crește, distanța PB descrește cu o rație subunitară (progresie geometrică), în timp ce distanța CQ creste cu o rație uniformă (progresie aritmetică).

Napier și-a definit distanța punctului Q, de la poziția inițială, ca *logaritmul* distanței punctului P până la poziția finală B (numărul care măsoară această distanță). În orice moment pozițiile lui P și Q corespund în mod unic. Astfel, distanța pe care Q a parcurs-o în orice moment este logaritmul distanței pe care P mai are încă de parcurs.

PB=x și CQ=y, avem y=NAP log(x)

Să presupunem că AB=1 și să marcăm distanțele pe AB la 1/2,1/4,1/8,1/16...

Când P este la 1/2din AB, Q este la 1.Când P este la 1/4 din AB, Q este la 2...avem tabelul

x	1	1/2	1/4	1/8	1/16	1/32	1/64
y	0	1	2	3	4	5	6

Primul rând arată mișcarea încetinită-în progresie geometrică cu rația 1/2

Al 2 lea rând arată mișcarea uniformă în progresie aritmetică, care sunt logaritmii lui x

$0=\log_{\frac{1}{2}} 1$ $1=\log_{\frac{1}{2}} 1/2,$ $2=\log_{\frac{1}{2}} 1/4$ $3=\log_{\frac{1}{2}} 1/8$ $4=\log_{\frac{1}{2}} 1/16...$

Napier a considerat AB=10^7=viteza inițială a lui P pe AB și viteza uniformă a lui Q pe CD

Consideram mișcările punctelor P și Q ca ecuații diferențiale

$\frac{dx}{dt} = -x$ (mișcare uniform încetinită) $\frac{dy}{dt} = 10^7$ cu condițiile inițiale x(0)= 10^7 și y(0)=0

Eliminăm t din cele 2 ecuații $\frac{dy}{dx}=\frac{-10^7}{x}$ cu soluția y=$-10^7 lnx + c$

Daca Y=0 avem x= 10^7 avem c=$10^7 ln10^7$ deci y=$-10^7(lnx - ln10^7) = -10^7 ln\frac{y}{10^7} = 10^7 \ln(\frac{10^7}{x})$

Deci avem formula tabelei lui Napier

$$L_N(x) = 10^7 \ln(\frac{10^7}{x}) \quad (1)$$

Modelul cinematic al lui Napier

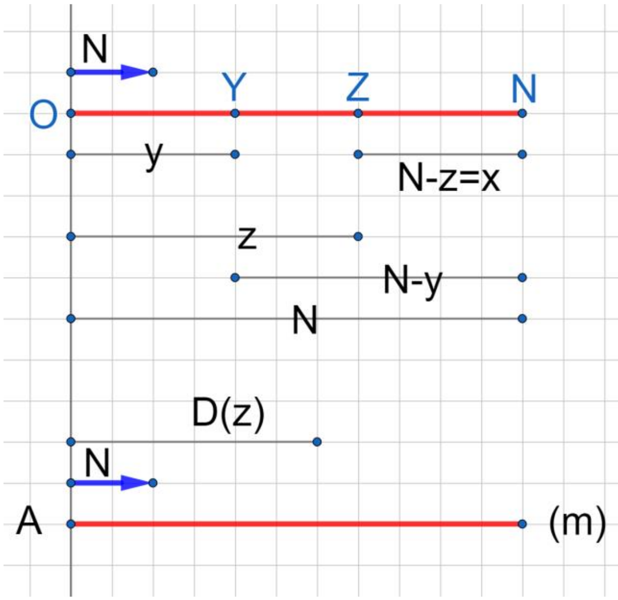
Același model-analizat diferit:

Pentru ON mișcare încetinită, scade cu rație constantă (progresie geometrică)

Pentru A-(m) mișcare uniformă, cu distanțe constante D(z) (progresie aritmetică)

Un punct începe sa se miște din O cu viteza inițială N, pe distanța ON=N. După plecare viteza este redusă, proporțională cu distanța rămasă până la N, deci dacă a parcurs distanța OY=y, viteza în Y este (N-y)

Să calculăm timpul T(z) parcurs de punctul inițial, care parcurge o distanță arbitrară OZ=z



Avem pentru mici distanțe dy, de la y la(y+dy), timpul $=\frac{dy}{dv}=\frac{dy}{N-y}$

Deci T(z)= $\int_0^z \frac{\mathrm{dy}}{\mathrm{N-y}} = -\ln(\mathrm{N-y})$ pentru intervalul (0,z)

T(z)= $-\ln(\mathrm{N}-\mathrm{z})-(-\ln(\mathrm{N}-0)) = \ln(\mathrm{N})-\ln(\mathrm{N}-\mathrm{z})$

Sa considerăm al 2 lea punct care pleacă din A, pe direcția (m) cu viteza constantă N, în același moment cu cel din O

La momentul T(z) al 2 lea punct parcurge distanța D(z) deci

D(z)=(N)T(z)=N($\ln \mathrm{N} - \ln(\mathrm{N}-\mathrm{z})$)

Napier a definit D(z) ca logaritmul distanței (N−z) sau D(z)=$\log_{\mathrm{Napier}}(\mathrm{N}-\mathrm{z})$

Dacă luăm x=N−z

$log_{Napier}(x) = N(lnN - lnx) = Nln\frac{N}{x}$ Napier a considerat N=10^7

Deci avem formula tabelei lui Napier (identică cu 1)

$$L_N(x) = 10^7 \ln\left(\frac{10^7}{x}\right) \quad (2)$$

Acest model corespunde perfect cu ariile egale de sub hiperbola echilateră, unde lungimile și înălțimile sunt în progresie geometrică. Ariile (logaritmii) sunt egale și sunt termenii unei progresii aritmetice.

Sa definim o progresie aritmetică (A) x_n=ns, unde s este rația/ avem s, 2s, 3s.....ns

Sa definim o progresie geometrică (G) y_n=zq^n , unde q este rația/ avem z q^0,z $q^1, zq^2, zq^3, \ldots zq^n$

Sa căutăm o funcție care leagă cele 2 progresii f(y_n)= x_n sau f(G)=A, unde G și A sunt cele 2 progresii

$$f(zq^n) = ns$$

notam y= zq^n $\frac{y}{z}=q^n$ n=$\log_q \frac{y}{z}=\frac{ln\frac{y}{z}}{lnq}$

$$f(y)=ns=s\frac{ln\frac{y}{z}}{lnq}$$

deci am definit funcția care leagă cele 2 progresii $f(y)=s\frac{ln\frac{y}{z}}{lnq}$ (1)

Logaritmul și progresiile-aritmetice, geometrice

Dacă 8=2^3 atunci puterea=exponentul este logaritmul lui 8=3=log_2^8

prin calcule simple, o sa vedem legătura dintre cele 2 progresii și logaritmi

Tab.1 → Fig.3 → → → Tab.2

Progresie geometrică	Progresie aritmetică
$1=2^0$	0
$2=2^1$	1
$4=2^2$	2
$8=2^3$	3
$16=2^4$	4
$32=2^5$	5
$64=2^6$	6
$128=2^7$	7
$256=2^8$	8
$512=2^9$	9

1	0
2	1
4	2
8	3
16	4
32	5
64	6
128	7
256	8
512	9

Să vedem cum funcționează puterile și logaritmul să calculăm 8x64

8x64=512 $(2^3)(2^6) = 2^9$ vedem cum se adună puterile 3+6=9 și 9 din (Tab. 2), 9 corespunde cu 512 $2^9 = 512$

deci în loc să facem înmulțirea obișnuită, am ales Tab.2, am adunat puterile și 9 ne duce la 512

deci înmulțirea s-a înlocuit cu adunarea (Fig.3)

Tab.4

Progresie geometrica	Logaritm
$1=2^0$	0
$2=2^1$	1
$4=2^2$	2
$8=2^3$	3
$16=2^4$	4
$32=2^5$	5
$64=2^6$	6
$128=2^7$	7
$256=2^8$	8
$512=2^9$	9

Tab.5

Progresie geometrica	Logaritm
$1=2^0$	0
$2=2^1$	1
$4=2^2$	2
$8=2^3$	3
$16=2^4$	4
$32=2^5$	5
$64=2^6$	6
$128=2^7$	7
$256=2^8$	8
$512=2^9$	9

Tab.6

Progresie geometrica	Logaritm
$1=2^0$	0
$2=2^1$	1
$4=2^2$	2
$8=2^3$	3
$16=2^4$	4
$32=2^5$	5
$64=2^6$	6
$128=2^7$	7
$256=2^8$	8
$512=2^9$	9

să calculăm 256/32

se scad puterile 8–2=3 3 corespunde cu 8 ($8=2^3$) (Tab.5) deci 256/32=8

deci împărțirea s-a transformat în scădere ca în (Fig.3)

să calculăm 256/32/8

se scad puterile 8–2–3 =0 0 corespunde cu 1 ($1=2^0$) (Tab.6) deci 256/32/8=1

deci împărțirea s-a transformat în scădere ca în (Fig.3)

să calculam $\sqrt{256}$

Tab.7

Progresie geometrica	Logaritm
$1=2^0$	0
$2=2^1$	1
$4=2^2$	2
$8=2^3$	3
$16=2^4$ ←	4
$32=2^5$	5
$64=2^6$	6
$128=2^7$	7
$256=2^8$ →	8
$512=2^9$	9

Tab.8

Progresie geometrica	Logaritm
$1=2^0$	0
$2=2^1$	1
$4=2^2$	2
$8=2^3$ ←	3
$16=2^4$	4
$32=2^5$	5
$64=2^6$ →	6
$128=2^7$	7
$256=2^8$	8
$512=2^9$	9

256 corespunde cu 8 8/2=4 (pentru ca radicalul $\sqrt[2]{256}$ este de ordinul 2) atunci 4 corespunde cu 16

Deci radicalul s-a transformat într-o împărțire ca în (Fig.3)

să calculam $\sqrt{64}$ (Tab.8)

64 corespunde cu 6 6/2)=3 (pentru ca radicalul $\sqrt[2]{64}$ este de ordinul 2) atunci 3 corespunde cu 8

Deci radicalul s-a transformat într-o împărțire ca în (Fig.3)

(Tab.9)

Progresie geometrică	Logaritm
$1=2^0$	0
$2=2^1$	1
$4=2^2$	2
$8=2^3$	3
$16=2^4$	4
$32=2^5$	5
$64=2^6$	6
$128=2^7$	7
$256=2^8$	8
$512=2^9$	9
$1024=2^{10}$	10
$2048= 2^{11}$	11
$4096= 2^{12}$	12
$8192= 2^{13}$	13
$16834= 2^{14}$	14
$32768= 2^{15}$	15
$65536= 2^{16}$	16
$131072= 2^{17}$	17

Tab.10

Progresie geometrică	Logaritm
1.0000000 X (0.9999999)	0
0.9999999 X (0.9999999)	1
0.9999998 X (0.9999999)	2
0.9999997 X (0.9999999)	3
0.9999996 X (0.9999999)	4
0.9999995 X (0.9999999)	5
0.9999994 X (0.9999999)	6
0.9999993 X (0.9999999)	7
0.9999992 X (0.9999999)	8
0.9999991 X (0.9999999)	9

≈ 1

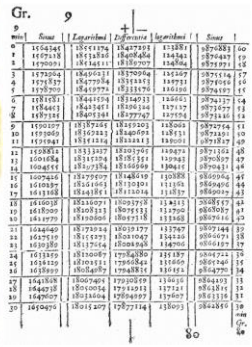
0.9999999≤1

Săgețile roșii arată golurile dintre numere
Se observa ca intre 2 și 4 lipsește log(3), intre 4 și 8 lipsesc log(5), log(6) și log(7) și mai departe lipsa logaritmilor creste exponențial. Deci baza 2 nu este practică, căci sunt multe goluri care cresc la infinit.
Ce baza să alegem ca să nu avem goluri?
John Napier (1550-1617) s-a gândit îndelung la această alegere și a ales **o baza mai mică decât 1**,

$$0{,}9999999=1-0{,}0000001=1-10^{-7}$$

și a început o progresie geometrică cu
1=log0 (primul rând) (Tab.10), apoi
1x0.9999999=log1
0.9999999x0.9999999=0.9999998=log2
0.9999999x0.9999998=0.9999997=log3...

l-a continuat la nesfârșit....., timp de 20 de ani 20 de ani...și în 1614 a publicat lucrarea sa capitală *Mirifici logarithmorum canonis* *descriptio* (*Descrierea minunatului canon al logaritmilor*) cu 90 de pagini de logaritmi ai funcțiilor trigonometrice și 56 pagini de explicații.



Portretul lui John Napier-University of Edinburg-1616 și Lucrarea *Mirifici Logarithmorum*-1614).

Domeniul de valori merge de la 0 la 23025842 (coloana 2) sau cu zecimale-coloana 3

Calculul bazei logaritmului-sa verificam un rând (al 3 lea)

$$0{,}0000002 = 10^7 \log_{Napier}(0.9999998)$$

$$(Napier)^{0.9999998} = 0{,}0000002$$

$$Napier = 0.36787 = \frac{1}{e}$$

rația (baza) progresiei geometrice=0.9999999 baza logaritmului Napier=$\mathbf{0.36787} = \frac{1}{e}$

desigur dacă considerăm progresia geometrică a lui Napier (0,9999999)=1−0,0000001=1−10^{-7} dacă luăm M=−n=10^7 și înlocuim mai jos

$(0{,}9999999)^n$=$(1-0{,}0000001)^n=(1-10^{-7})^n$=$(1-\frac{1}{10^7})^n$=
$(1+\frac{1}{M})^{-M}$=$\frac{1}{(1+\frac{1}{M})^M}$

La limită n→ ∞ $lim(0{,}9999999)^n$=$\frac{1}{e}=0{,}3678$-deci aproape de baza logaritmului lui Napier

Napier nu a știut despre legătura logaritmului sau cu numărul e. Acest număr celebru a fost descoperit de Euler un secol mai târziu. Cu timpul, s-a definit funcția ln(x), ca fiind logaritmul natural sau *neperian*, întrucât **ln** are baza e.

În ultimul rând se vede ecuația 2.3025842= $\log_{Napier}(0.1)$
sau $(Napier)^{2.3025842}=0.1$

Notam 2.3025842=**b** (baza logaritmului Napier)=constanta lui Napier. Față de puterile lui 10, constanta b verifica relația

$$b^n=10^k b^{n+k(2.3025842)}$$

Coloana din mijloc verifica ecuația $L_N(x)=10^7\ln\left(\frac{10^7}{x}\right)$

(ecuațiile 1-2) **tabela lui Napier**

Progresie geometrică x	Logaritm (progresie aritmetica) $10^7(\log_{Napier}x)$	Logaritm (progresie aritmetica) $\log_{Napier}x$
1.0000000	0	**0.0000000**
(0.9999999) X (0.9999999) = **0.9999999**	1= $10^7\log_{Napier}(0.9999999)$	**0.0000001**
(0.9999999) X (0.9999999) = **0.9999998**	2= $10^7\log_{Napier}(0.9999998)$	**0.0000002**
(0.9999998) X (0.9999999) = **0.9999997**	3= $10^7\log_{Napier}(0.9999997)$	**0.0000003**
(0.9999997) X (0.9999999) =**0.9999996**	4=$10^7\log_{Napier}(0.9999996)$	**0.0000004**
(0.9999996) X (0.9999999) =**0.9999995**	5=$10^7\log_{Napier}(0.9999995)$	**0.0000005**
(0.9999995) X (0.9999999) = **0.9999994**	6=$10^7\log_{Napier}(0.9999994)$	**0.0000006**
(0.9999994) X (0.9999999=**0.9999993**	7=$10^7\log_{Napier}(0.9999993)$	**0.0000007**
0.9999993X (0.9999999) = **0.9999992**	8=$10^7\log_{Napier}(0.9999992)$	**0.0000008**
(0.9999992) X (0.9999999) = **0.9999991**	9=$10^7\log_{Napier}(0.9999991)$	**0.0000009**
(0.5107933) X (0.9999999) = **0.5107932**	6717905=$10^7\log_{Napier}(0.5107932)$	**0.6717905**
(0.1004776) X (0.9999999) = **0.1004775**	22978212=$10^7\log_{Napier}(0.1004775)$	**2.2978212**
(0.1004775) X (0.9999999) = **0.1001881**	22978212=$10^7\log_{Napier}(0.1001881)$	**2.3007056**
0.1001881) X (0.9999999) = **0.1000000**	23025842=$10^7\log_{Napier}(0.1000000)$	**2.3025842**

Sa calculam (5107)x(1004)= 10^4 (0.5107)x10^4 (0.1004)= $10^8\,(b^{0.6717})(b^{2,2978}) = \; 10^8\, b^{2,9695} ==$ $10^8\, 10^{-1}\, b^{2,9695-2,303}(reducere\ cu\ k = -1) = 10^7\,(b^{0.6665}) =$ $10^7(0.5136148) =$ 5136148 rezultat puțin diferit față de valoarea exactă 5127428 , datorită rotunjirii logaritmilor și erorilor minore din tabela lui Napier.

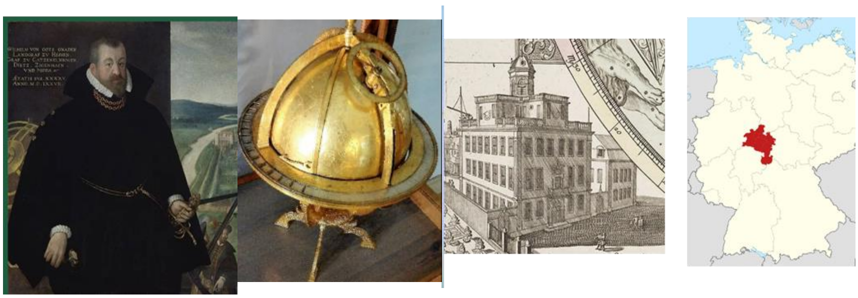
Jost Bürgi (1552-1632)

Jost (Joost, Jobst sau Justus) Bürgi (în latină Burgius) s-a născut în Lichtensteig, un mic sat din cantonul elvetian Zug. Bunicul său, Lienhard Bürgi, era un lăcătuș și un oficial de frunte al satului care fusese divizat de Reforma protestantă. Familia Bürgi era protestantă într-un sat, care era împărțit în mod egal între protestanți și catolici. Se presupune că Jost Bürgi a decis să părăsească Lichtensteig, parțial din cauza diviziunii religioase și parțial din cauza lipsei de oportunități educaționale în orașul mic, de aproape 400 locuitori.

Jost Bürgi, Lichtensteig (valea Toggenburg) pe harta Europei și pe harta Elveției, în cantonul St.Gallen

Înainte de a pleca, dobândise cunoștințe de citire și calcul la școala elementară, dar nu avusese ocazia să meargă mai departe.

După ultimele cercetări, reiese că Bürgi trebuie să fi fost ucenic la un bijutier, un producător de instrumente și un ceasornicar, dar nu există cunoștințe despre orașele în care și-a servit ucenicia. Se poate ca a învățat arta ceasurilor de la fabricanții din Scaffhausen (aproape de locul natal, lângă granița cu Germania), unde familia Habrecht deja începuse sa producă ceasuri complexe pentru toate orașele din jur (Bern, Solothurn, Augsburg, Heibronn, Ulm, Altdorf)



Wilhelm al IV-lea, portret de Kaspar van der Borcht-1577-castelul Wilhelmhohe, ceasul construit de Bürgi în 1585 (Anna Amalia Bibliothek Weimar-Germany) și orasul Kassel-regiunea Hesse-Germany

Dupa 1570 Bürgi ,deja cu ucenicia terminată, a lucrat ca ceasornicar la Augsburg apoi la Nürnberg, luând locul lui Christoph Heiden (1526-1576), care murise. Acesta a fost un renumit matematician, și inventator, constructor de ceasuri astronomice.

Landgraful din Hesse-Kassel (Germania) în acest moment era Wilhelm al IV-lea, un excelent matematician și astronom, care menținuse legături cu Strasbourg, unde urmase pregătirea științifică. Cu siguranță, Wilhelm știa că Bürgi era cel mai priceput constructor de instrumente din vremea lui, și l-a angajat la 25 iulie 1579, ca ceasornicar la curtea din Kassel, pentru a construi instrumente științifice și să ajute la observarea stelelor, care ar confirma modelul heliocentric descris de Copernic. Numirea lui Bürgi la 25 iulie 1579 la Kassel este primul document istoric din acea vreme.

Când Bürgi a venit la Kassel, renumitul ceasornicar Ebert Baldewein lucra acolo de aproximativ 20 de ani și construise două ceasuri planetare foarte avansate din punct de vedere mecanic.

Presupunem că tânărul Bürgi a primit sugestii de la cei mai buni ceasornicari ai timpului său, cum ar fi Christian Heiden din Nürnberg și Gianello Torriano din Cremona.

Bürgi a construit primul său ceas în 1585, care avea un design avansat și semăna cu cele germane din acea vreme. Însă ceasurile lui Bürgi au și alte caracteristici speciale: un dispozitiv de înfășurare intermediar (remontoir d'égalité) care face posibilă compensarea completă a efectului de antrenare inegal al arcului, antrenare cu arc pentru timp de trei luni. Proiectele lui Bürgi au fost cu 100 până la 150 de ani înaintea timpului său.

Landgraful i-a scris lui Tycho Brahe pe 14 aprilie 1586, spunându-i despre un ceas extrem de precis pe care Bürgi îl construise, care, pentru prima dată, avea o limbă (mână) pentru minute, a înregistrat secundele și a avut o eroare de mai puțin de un minut în 24 de ore.

Cesornicarul nostru Jost Bürgi *i, care este aproape de a fi al doilea Arhimede* (unser Uhrmachers M. Just Bürgi, qui quasi indagine alter Arhimede ist) (textul lui Wilhelm amestecat cu germană și latină)

Bürgi a trebuit să întrețină instrumentele de măsură și să le îmbunătățească proiectarea din proprie inițiativă. Ceea ce îl deosebește pe Jost Bürgi de toți ceilalți producători de ceasuri și globuri cerești și de toți contemporanii săi este universalitatea sa matematică și tehnica ingenioasă. El a colectat singur datele astronomice și a construit instrumente noi în acest scop, cum ar fi *sextantul de metal* și *ceasul de observație*, care este precis la secundă, pentru măsurarea planetelor prin metoda orizontală. Apoi a folosit datele de observație pentru a calcula pozițiile planetelor cu un grad de precizie și eficiență neegalat la acea vreme, folosind metode matematice de calcul logaritmic pe care le dezvoltase el însuși și algoritmi pe care îi creease pentru determinarea sinusului și calculul diferențelor- *diferentia*.

În 1591 Bürgi a fost naturalizat în orașul Kassel, unde, a cumpărat o casă în Graben. În prima căsătorie a fost căsătorit cu fiica lui David Bramer, care era pastor în Felsberg, lângă Kassel. În 1591, l-a primit pe tânărul său cumnat orfan, Benjamin Bramer, ca fiu adoptiv și l-a instruit în matematică. Scrierile topografice ale lui Bramer conțin multe informații valoroase despre invențiile lui Bürgi.

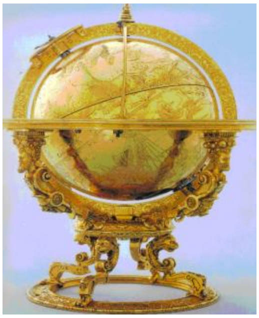
În februarie 1592, împăratul Imperiului roman (german) Rudolf al II-lea din Praga, i-a cerut unchiului său din Kassel să-i trimită un glob Bürgi mecanic (personal de la constructor), care să includă mișcări planetare. La 4 iulie 1592 Bürgi a putut să predea globul planetar special într-o audiență personală cu împăratul și câteva săptămâni mai târziu să-și depună cartea manuscris *Fundamentum Astronomiae*. Când Bürgi s-a întors la Kassel, astronomul-landgravul Wilhelm murise la 25 august 1592, iar Bürgi a fost adoptat de fiul și succesorul său, Moritz cel Înțelept, în aceleași condiții, în anul 1593.

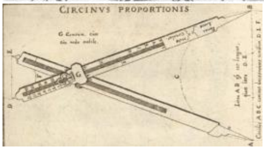
Ceasul lui Bürgi din 1594 avea un ambreiaj special, cu un sistem independent adăugat angrenajului tradițional de roți pentru a oferi o presiune mult mai constantă, ceea ce duce la o mai mare precizie. Pentru prima dată, un ceas a fost suficient de precis pentru a fi folosit în astronomie, pozițiile relative ale stelelor fiind calculate prin cronometrarea încrucișării lor cu obiectivele unui telescop.

Acest aparat (ceas planetar) arăta actualul cer înstelat la orice oră din zi sau din noapte și, de asemenea, poziția soarelui, precum și data, ora, ziua săptămânii și numele sărbătorilor bisericești cu compensare automată a anului bisect. Datorită ambreiajului cu alunecare, utilizatorul putea, de asemenea, să seteze orice moment din trecut și viitor, să vadă și să calculeze constelațiile astronomice ale trecutului și viitorului fără a afecta calcule complicate.

Pe lângă globurile și ceasurile cerești, Bürgi a construit și alte tipuri interesante de instrumente de *topografie* speciale noi și îmbunătățite. De exemplu, el este privit drept redescoperitorul compasului de reducere (*circinus proportiones*) care era deja folosită în antichitate. Acesta, dezvoltat în continuare în *compasul proporțional* de Fabrizio Mordente, Federigo Commandino și Galileo Galilei, era folosit pentru a împărți, crește sau micșora distanțe într-o anumită proporție. Poate fi folosit și pentru a împărți circumferința unui cerc în părți egale, împărțirea unui segment în secțiunea de aur sau „*cuadratura cercului*” (adică construirea unui pătrat care are aceeași arie cu un cerc dat). Acesta este format din două picioare conectate printr-un șurub de reglare mobil (vernier) și are două vârfuri la fiecare capăt. O pereche este folosită pentru a atinge dimensiunea inițială, a doua pentru a atinge dimensiunea care urmează să fie construită și se poate obține o precizie de ±0,1 mm. În 1602 a primit un brevet pentru un instrument triunghiular (*telemetru*). Era folosit pentru a identifica locațiile inaccesibile ale inamicilor.

La Kassel, Landgraful a construit un Observator, una dintre primele clădiri construite special pentru observații astronomice. Ca parte a sarcinilor sale, Bürgi a făcut sextanți, globuri cerești și ceasuri de mare precizie pentru a fi utilizate în acest Observator. Landgraful l-a numit și pe matematicianul Christoph Rothmann să lucreze în Observator în 1584; acesta a lucrat acolo șase ani. După ce Rothmann a părăsit Observatorul Kassel în 1590, Bürgi a devenit matematician și astronom oficial la Curte.





Ceasul din 1594 (Muzeul de Istorie din Zürich), telemetrul, compasul de reducere și ultimul ceas planetar (1622-1627)(Viena-Muzeul de artă și istorie)

Mai târziu, Willebrord Snell (1580 – 1626) astronomul renumit olandez l-a descris pe Bürgi *ca... o personalitate extraordinară, în același timp un ceasornicar genial, un astronom competent și un excelent matematician* - o combinație unică în istoria ceasornicarilor.

În 1596 și 1604, Bürgi a călătorit din nou la Praga pentru lucrări de reparații.

La 23 decembrie 1604, la cererea împăratului și cu acordul landgravului Moritz, a intrat în serviciul imperial deplin și i s-a dat un atelier cu doi asistenți la castelul din Praga. Acolo a lucrat și pentru astronomul imperial Johannes Kepler și i-a pus confidențial la dispoziție metodele sale matematice inovatoare, cum ar fi ***calculul logaritmilor și diferențelor***, precum și instrumentele sale metalice, precum și datele sale mult mai precise despre planeta Marte și stelele fixe.

Bürgi, pe de altă parte, a realizat prototipul pompei cu angrenaje pe care a inventat-o pentru Kepler, care este folosită și astăzi pentru a drena apa din tunelurile minelor. După moartea primei sale soții în 1609, s-a recăsătorit cu Catharina Braun în 1611 . Ambele căsătorii au rămas fără copii

Între 1614 și 1617, Bürgi s-a întors de multe ori la Kassel, unde se pare că fusese doar în concediu. S-a întors apoi la castelul *Hradcany*- Praga, unde, conform propriilor sale cuvinte, a făcut cel mai perfect ceas între anii 1622–1627, ceasul glob de cristal acum expus în Kunstkammer din Viena.

În mijlocul Războiului de 30 de ani, el a decis să se întoarcă definitiv la Kassel în 1631. A murit aici la 31 ianuarie 1632. Următoarea inscripție poate fi găsită în documentele din Martinskirche:

„Anno domini 1632. Jost Burgi din Lichtensteig, Elveția, un ceasornicar în arta sa, celebru la curtea imperială și la curtea domnească, astronom și om evlavios”.

La Kassel, piatra de mormânt arata următoarele:

Auf diesem Friedhof liegt begraben der Landgraeflich-hessische und keiserliche Uhrmacher sowie Mathematiker Jost Burgi, geboren 26,2 1582 în Lichtensteig, Schweiz, gestorben 31,1 1632 în Kassel. 1579-1604 und în spaeteren Jahren taetig în Kassel als genialer Konstrukteur von Messinstrumenten und Himmelsgloben, Erbauer der genialisten Uhren des 16 Jahrhunderts, Erfinder der Logarithmen.

(În acest cimitir este îngropat ceasornicarul și matematicianul Hessian și imperial al landgravului Jost Bürgi, născut în 26.2 1582 în Lichtensteig, Elveția, murit în 31.1 1632 în Kassel. 1579-1604 și în anii următori activ la Kassel ca proiectant ingenios de instrumente de măsură și globuri cerești, constructor al celor mai ingenioase ceasuri ale secolului al XVI-lea, inventator de logaritmi)

Piatra de mormânt, Muzeul de istorie din Toggenburg și bunicii lui Bürgi (jos) Lienhard Bürgi și Barbara Friderichen, pe pereții muzeului -datat 1601

Lucrări matematice-logaritmii

Invențiile logaritmilor și procesele explicate ale lui Jost Bürgi împreună cu John Napier timp de 350 de ani, au modelat matematica la nivel mondial și, mai ales calculele cu valori tabelare. Singur care a descris deja avantajele logaritmilor matematicianul și astronomul francez Simon Laplace (1749-1827) a spus odată: *„Invenția Logaritmlor scurtează calculele de luni de zile la doar câteva zile, dublând astfel viața celui care calculează*”. Când Henry Briggs (1561-1630) și-a creat parțial algoritmii cu tabele de logaritmi ale lui Napier și le-a prezent regelui englez Carol al II-lea, acesta i-a spus că un astronom poate efectua tot atâtea calcule de poziție într-o oră, cât altfel într-o zi întreagă. Fără aceste invenții ale lui Jost Bürgi și Napier, am avea încă prima aterizare pe lună înaintea noastră, pentru că peste o jumătate de secol Logaritmii și calculul diferențelor au accelerat cu siguranță științele naturale și tehnologia.

Cele mai importante realizări matematice ale lui Bürgi includ inventarea calculului diferenței și crearea ulterioară a unui tabel sinus care progresează de la 2 la 2 secunde de arc („*Canon Sinuum*”, după 1592, pierdut) cu tabelul său de procedeu artificial *Artificium*, precum și prima compilație din lume a unui tabel de logaritmi („Tabel de progresii aritmetice și geometrice...”, tipărire 1620). În manuscrisul „Fundamentum Astronomiae” predat împăratului Rudolph al II-lea în 1592, Bürgi își explică „Kunstweg-calea artei”, un mod algebric complet nou de calculare a valorilor sinusoidale cu un algoritm cu convergență rapidă, în care folosește doar adunări.

Ca matematician, el a alcătuit una dintre primele tabele logaritmice, alături de John Napier. Pentru calculele modelelor și măsurătorilor sale astronomice, Bürgi a creat mai întâi un tabel sinus foarte precis (conform lui Kepler), care a progresat la intervale de 2 minute de arc, dar nu a fost păstrat (în afară de o postfață în Nachlass al lui Kepler) și a dezvoltat, la fel ca alți matematicieni contemporani, la mijlocul anilor 1580, o metodă numită *prostaphairesis*

Din grecește *prostesis* (πρόσθεσις)=adunare și *afairesis* (ἀφαίρεσις)=scădere

Pentru a facilita înmulțirea, se pleacă de la identitățile trigonometrice, se transformă înmulțirea în adunare (la fel ca la logaritmi)

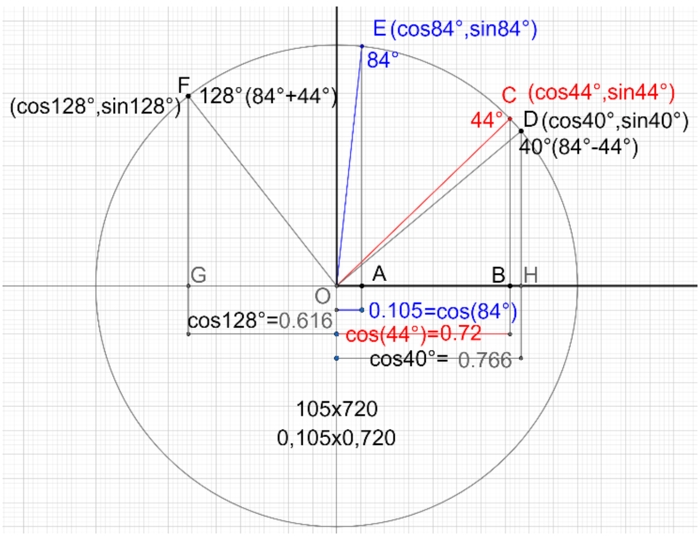
(cosa)(cosb)=1/2[cos(a−b)+cos(a+b)]

Astfel dacă vrem sa înmulțim 2 numere (105)x(720), avem etapele:

1-reducere cu 3 zecimale la stânga (0.105) și (0.720)
2-desemnam cosinus pentru cele 2 numere
cos(0.105) și cos(0.720)

3-aflăm arccosinus pentru cele 2 numere
arccos(0.105)=84° și arccos(0.720)=40°

4-aflam suma și diferența
84+40 =128 și 84-40 =40



5-atribuim cosinus pentru suma și pentru diferență
cos(128)= -0.616 și cos(40)=0.766

6-calculăm semisuma lor (-0.616+0.766)/2=0.075

7-mutăm virgula cu 3+3=6 la dreapta
și avem rezultatul final 75000 (105x720=75600) eroarea este 0.8%

se văd pe cercul trigonometric de raza=1 unghiurile 40,44,84,128 alocate punctelor D,C,E,F pe cerc.
Proiecțiile orizontale sunt cosinus al acestor unghiuri OH (40), OB(44), OA(84) și OG(128)
Se poate folosi și formula (sina)(sinb)=1/2[cos(a−b)−cos(a+b)]
În acest caz, calculele se mută pe axa verticală-a funcției sinus și se va obține același rezultat
Bürgi a folosit ambele formule și și-a dezvoltat tabelele sale cu valorile logaritmilor corespunzători fiecărui unghi, din 2 în 2 minute și apoi valorile corespunzătoare numerelor în progresie geometrică. Același procedeu l-a aplicat și Napier în tabelele sale.
Am văzut cum metoda trigonometrica se aseamănă cu formula logaritmilor

log(ab)=log(a)+log(b)

În limbaj modern, se pot lega aceste ecuații cu celebra formula a lui Euler , pe același cerc trigonometric, în planul complex $e^{ix} = cosx + isinx$

Jost Bürgi și-a dezvoltat tabelele de logaritmi conform mărturiei lui Kepler (într-un comentariu în Rudolfinische Tafeln din 1627) și mărturiei lui Bramer (cumnatul său) înainte de 1610, adică înainte de prima publicație a lui Napier (1614). Uneori, descoperirea este datată și în 1588 după o remarcă a lui *Reimarus* Ursus (matematicianul curții regale de la Praga) că Bürgi avea o metodă de simplificare a calculelor.

Napier și-a popularizat metoda logaritmilor publicând un ghid (1614) și a devenit astfel faimos drept *„inventatorul logaritmilor*”. Jost Bürgi, în schimb, *„și-a ascuns lumina sub un obroc*” și nu a publicat mult timp, deși Kepler l-a îndemnat să facă acest lucru.

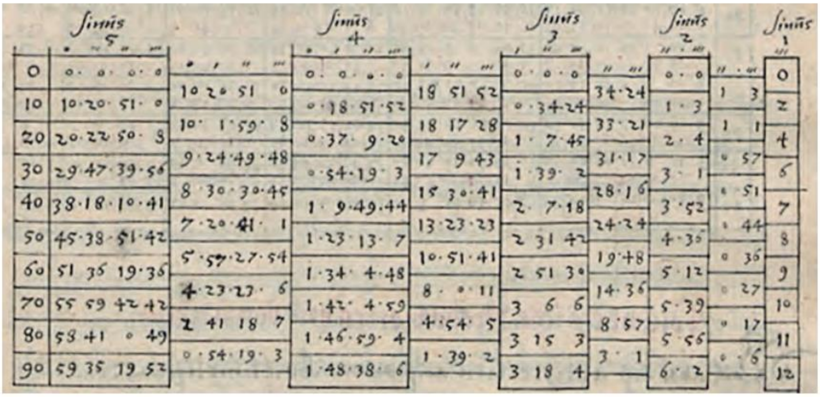
În cele din urmă a făcut acest lucru în 1620. Se știe de mult timp că matematicianul elvețian Jost Bürgi a găsit o nouă metodă de a calcula rapid și ușor valorile sinusurilor, dar nu au existat informații în ceea ce privește detaliile.

De curând (2016) s-a descoperit un document la Breslau (Wrocław-Polonia) în care Bürgi însuși își descrie metoda. Diferă fundamental de procedura geometrică obișnuită, care se întoarce la calculul sinusurilor de către Ptolemeus în Grecia antică. Procedura sa algebrică în care Bürgi folosește doar adunări și bisecții este elementară și converge rapid, prin interpolări. Bürgi își structurează soluțiile referitoare la împărțirea unghiului drept în părți arbitrare numeroase (egale), practic o metodă algebrică de aproximare pentru a calcula valorile sinusurilor rezultate. El este, de exemplu, capabil să împartă un unghi de 90 de grade în 9 părți și, în consecință, poate calcula sin 10°, sin20°, … sin80°, sin90° = 1; sau împarte un unghi de 90 de grade în 90 de părți pentru a determina valorile sinusurilor tuturor gradelor.

Între aceste valori ale sinusurilor vor fi interpolate minutele. În documentul menționat mai sus, Bürgi și-a scris *tabelul sinus* pe 38 de pagini de la 46v la 64v cu un interval de trepte de 1°, plus un tabel de înmulțire în sistem sexagesimal pe 12 pagini 9v -15r. Bürgi a înmânat lucrarea sa împăratului Rudolph al II-lea la Praga în iulie 1592. Cu toate acestea, lucrarea își are originea în Kassel în 1586/87. Tabelele acestui text sunt prezentate mai departe. Lucrarea lui Bürgi al titlului „*Fundamentum Astronomiae*” este păstrat în Biblioteca Uniwersytecka Wrocław, (Sign. IV Qu 38a).

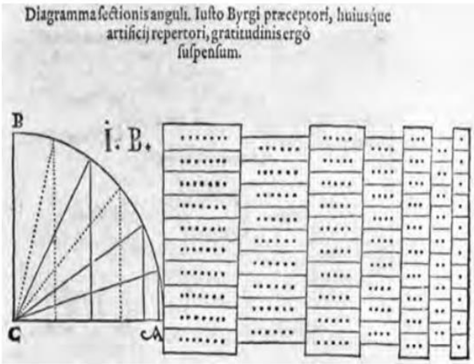
	c_5		c_4		c_3		c_2		c_1
0	0		0		0		0		0
10	2,235,060	2,235,060	67,912	67,912	2,064	2,064	63	63	2
20	4,402,208	2,167,148	133,760	67,848	4,065	2,001	124	61	4
30	6,435,596	2,033,388	195,543	61,783	5,942	1,877	181	57	6
40	8,273,441	1,837,845	251,384	55,841	7,638	1,696	232	51	7
50	9,859,902	1,586,461	299,587	48,203	9,102	1,464	276	44	8
60	11,146,776	1,286,874	338,688	39,101	10,290	1,188	312	36	9
70	12,094,962	948,186	367,499	28,811	11,166	876	339	27	10
80	12,675,649	580,687	385,144	17,645	11,703	537	356	17	11
90	12,871,192	195,543	391,086	5,942	11,884	181	362	6	12

tabela lui Bürgi în sistem sexazecimal, pag. 36r

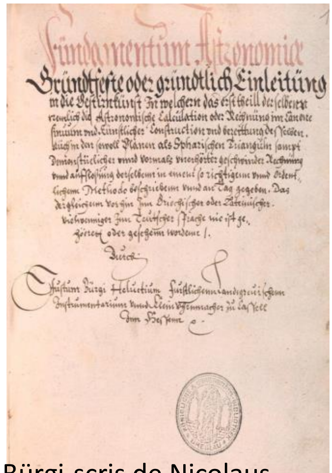


	Sinus 5		Sinus 4		Sinus 3		Sinus 2		Sinus 1
0	0·0·0·0		0·0·0·0		0·0·0		0·0		0
10	10·20·51·0	10·20·51·0	0·18·51·52	18·51·52	0·34·24	34·24	1·3	1·3	2
20	20·22·50·8	10·1·59·8	0·37·9·20	18·17·28	1·7·45	33·21	2·4	1·1	4
30	29·47·39·56	9·24·49·48	0·54·19·3	17·9·43	1·39·2	31·17	3·1	0·57	6
40	38·18·10·41	8·30·30·45	1·9·49·44	15·30·41	2·7·18	28·16	3·52	0·51	7
50	45·38·51·42	7·20·41·1	1·23·13·7	13·23·23	2·31·42	24·24	4·35	0·44	8
60	51·35·19·36	5·57·27·54	1·34·4·48	10·51·41	2·51·30	19·48	5·12	0·36	9
70	55·59·42·42	4·23·27·6	1·42·4·59	8·0·11	3·6·6	14·36	5·39	0·27	10
80	58·41·0·49	2·41·18·7	1·46·59·4	4·54·5	3·15·3	8·57	5·56	0·17	11
90	59·35·19·52	0·54·19·3	1·48·38·6	1·39·2	3·18·4	3·1	6·2	0·6	12

Iată cum se construiește tabela trigonometrică, prin interpolare:
Se pornește de la diviziunea primului cadran în 9 părți egale 0,10,20....90 (coloana 1)
Apoi de la stânga la dreapta-ultima coloana c1 se împarte intervalul 0-12 în 9 părți 0,2,4,6,...12 (inegale)
Se păstrează ultima cifra 12, apoi se adună pe diagonală 6+11=17/17+10=27/27+9=36...61+2=63
s-a obținut coloana adițională din stânga coloanei c1
pentru coloana c2 se începe cu 0, apoi la fel adunare pe diagonală de sus în jos
0+63=63/63+61=124/124+57=181....356+6=362
Se păstrează ultima cifra 362, apoi se aduna pe diagonala 181+356=537/....2001+63=2064
s-a obținut coloana adițională din stânga coloanei c2
se continua mai departe cu c3, c4, și ultima c5
După 5 coloane, avem
sin10°=$\frac{2235060}{12871192} = 0,173.648.25$ în loc de $0,173.648.18$
sin30°=$\frac{6435596}{12871192} = 0,5$ sin60°=
cos30°=$\frac{11146776}{12871192} = 0,86602515$ în loc de $= \frac{1,732}{2} = 0,866025403$
Bürgi a calculat pentru valoarea sinusului până la coloana 8 (c8) și a ajuns la sin 10◦ = 79.676.988.639 : 458.841.489.998 = 0, 173.648.177.80 în loc de 0, 173.648.177.67 (9 cifre exacte).



Nicolaus Reimers Ursus, Fundamentum Astronomicum, 1588



Același principiu de interpolare, preluat de la Bürgi-scris de Nicolaus Ursus 1588 și prima pagina din Fundamentum Astronomicum-Biblioteca Breslau-Wraclaw-Polonia

Algoritmul lui Bürgi este o procedură iterativă pentru calcularea tuturor valorilor din coloana c(i+1) din cele ale coloanei c(i). Calculele folosesc o coloană intermediară cărei ultimă valoare este jumătate din *sinus totus* anterior (6=12/2 181=362/2 5942=11884/2 195543=391086/2).

În exemplul de mai sus, *sinus totus* în coloana c1 este 12, iar ultima valoare a coloanei dintre c2 și c1 este 6. Ultima valoarea coloanei dintre c3 și c2 este 181, jumătate din 362. Dacă *sinusul totus* este impar, s-ar putea lua exact jumătate, dar de fapt nu contează, deoarece acest algoritm duce la numere din ce în ce mai mari și ignorând un număr întreg are doar consecințe minore asupra convergenței.

	C4		C3		C2		C1
0	0		0		0		0
30	258,5	258,5	69	69	18	18	4
60	448	189,5	120	51	32	14	8
90	517,5	69,5	139	19	38	6	12

Iată o altă variantă de interpolare mai simplă (mai sus) cu împărțirea cadranului în 3 părți și 4 pași c1, c2, c3, c4

Numerele 6, 19 și 69,5 sunt jumătățile din 12, 38 și 139, iar 517,5 este raza (*sinus totus*)

Verificăm

sin30°=$\frac{258,5}{517,5} = 0,499$ (în loc de 0,5)

sin60°=cos30°=$\frac{448}{517,5} = 0,8660202$ (în loc de $= \sqrt{3}/2 = 0,866025403$)

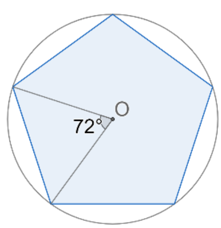
conform tabelului sin 30=$\frac{4}{12} = 0,33\ (c1) = \frac{18}{38} = 0,47(c2) = \frac{69}{139} = 0,496(c3) = \frac{258,5}{517,5} = 0,499(c4)$

observam cum eroarea scade, când avem mai mulți pași (ci)

Iată un tabel mai precis cu 6 pași și 4 iterații (c1-c4) (a1-a4). Coloanele (c_i) dau valorile sinus iar (a_i) dau valorile complementului cosinus.

	c4	a3	c3	a2	c2	a1	c1
0					0		0
15	7996	7996	543	543	36	36	2
30	15449	7453	1050	507	70	34	4
45	21852	6403	1487	437	100	30	6
60	26768	4916	1824	337	124	24	8
75	29860	3092	2037	213	140	16	10
90	30915	1055	2110	73	146	6	12

sin30°=$\frac{15449}{30915} = 0,4997$ (în c_4) − (în loc de 0,5) cos30°=$\frac{7453}{7996} = 0,932\ (in\ a_3)$ − (în loc de 0,866)



în c_4 avem sin75°=$\frac{29860}{30915}$ =0,9658

În loc de 0,9659

dacă știm sin 75° și sin 72° (din geometria pentagonului)

se poate ușor calcula sin (75-72)=sin 3°=sin75cos72-sin72cos75 se calculează apoi sin1,5° și sin0,75° și prin interpolare se ajunge la sin1°, la fel cum a găsit Ptolemeu valorile trigonometrice acum 20 secole.

Să ne imaginăm construcția lui Bürgi a unui tabel de logaritmi, presupunând că Bürgi are notația lui Descartes disponibilă pentru lucrare. Astfel, pentru o bază b, tabelul are un număr de perechi de intrări x și y = b^x. Tabelul lui Bürgi poate fi construit cu ușurință prin calcul manual, dar trebuie să fie suficient de mare pentru a suporta multiplicarea și împărțirea precisă a oricăror numere. El transformă aceste două condiții în următoarele cerințe detaliate:

I. Tabelul ar trebui să conțină numai numere zecimale în intervalul 1,0-10,0, deoarece toate numerele din afara acestui interval pot fi introduse cu ușurință în el prin scalarea cu puteri de 10 înainte de utilizarea tabelului.

Ex 152 =10^3 (0,152)

2. Exponenții sunt numerele întregi x = 0, 1, 2, 3, . . . Numerele asociate y = b^x ar trebui să crească, de asemenea, deci baza selectată b trebuie să fie mai mare de 1,0. În plus, baza trebuie să fie astfel încât numerele y să poată fi calculate cu ușurință.

3.Tabelul trebuie să aibă suficiente numere y între 1,0 și 10,0 pentru ca exponenții x ai numerelor lipsă să poată fi calculați cu suficientă acuratețe prin interpolarea intrărilor din tabel.

Alegerea bazei

Spre deosebire de Napier, Bürgi a ales o baza mai mare decât 1

A început cu baza 1,1

A calculat 26 de valori pentru $(1,1)^i$ unde i=0,1,2...25 (prima coloana)

Apoi a calculat eroarea care rezulta prin alegerea bazei 1,1

x	$\log_{1,1} x$
1,000000	0 $(1,1^0 = 1)$
1,100000	1 $(1,1^1 = 1,1)$
1,120000	2 $(1,1^2 = 1,12)$
2,593742	10 $(1,1^{10} = 2,593742)$
2,853116	11 $(1,1^{11} = 2,853116)$
9,849733	24 $(1,1^{24} = 9,849733)$
10,000000	24,153 $(1,1^{24,153} = 9,994)$

Astfel a examinat valoarea de mijloc dintre $1,1^x$ și $1,1^{x+1}$ adică $1,1^{x+0,5}$

El a găsit ca eroarea E(1,1)=0,0012 (1/1000=3), ceea ce este destul de mare, deci tabelul cu baza 1,1 nu poate fi folosit

A mers mai departe și a calculat Eroarea E(i) pentru bazele 1,01/1,001/1,0001 și 0,00001 și a găsit următorul tabel

Baza b	Eroarea E(b)	Precizia in zecimale
1,1	0,0012	3
1,01	0,000012	5
1,001	0,00000012	7
1,0001	0,0000000012	9
1,00001	0,000000000012	11

Astfel a ales baza 1,0001=1+$10^{-4} = 1 + \frac{1}{10^4}$, care da o precizie suficienta de 9 zecimale

dacă pentru baza 1,1 avea 24 de valori (1,2...24), Bürgi a calculat pentru baza 1,01 - 240 de valori, pentru 1,001 va avea 2400 valori iar pentru 1,0001 va avea 24000 valori. Probabil ca i-a luat câteva luni ca să calculeze toată lista de 24000 de numere. El s-a oprit la ultimul număr N=23027 pentru că $(1,0001)^{23027} = 9,99999779 < 10$

Bürgi desemnează 9,99999999 pentru N, întrucât

$$(1{,}0001)^{23027{,}0022} = 9{,}999999996 \text{ care rotunjit devine } 10$$

Pentru fiecare valoare a exponentului k valoarea $(1{,}0001)^{n}$ nu se schimba daca înmulțim cu 10^{k} și scădem 23027,022 din exponent

$$(1{,}0001)^{n}=10^{k}(1{,}0001)^{n-k(23027{,}0022)}$$

Calcule cu tabela lui Bürgi

Pentru valorile din tabela se completează calculul B^{i}, i=0,1,.....23027 și B=0,0001

a_0 = 1, a_{n+1}= B a_n = a_n+ $\frac{a_n}{10000}$, n = 0, 1, . . . , 23027 și B=1,0001

Aplicații practice

Sa **înmulțim** xy=(350,4)x(0,8143) să le includem în domeniul 1-10

xy=10^{2}(3,504)·$10^{-1}(0{,}8143) = 10^{1}(3{,}504)(8{,}143)$

valorile pentru 3,424 și 8,157 sunt logaritmii 12538 și 20985 (din tabel)

(3,504)(8,143)= $(1{,}0001)^{12538+20985} = (1{,}0001)^{33523}$

Exponentul 33523 depășește valoarea maxima 23027 deci

(3,504)(8,143)= 10^{1} $(1{,}0001)^{33523-23027} = 10^{1}$ $(1{,}0001)^{10496}$

Din tabel $(1{,}0001)^{10496} = 2{,}85635$

Deci xy=10^{1}(3,504)·$(0{,}8143) = 10^{1}10^{1}(2{,}85635) = 285{,}635$ (exact 285,3307)

Tabela lui Bürgi (23000 valori)

x	$\log_{\text{Bürgi}} x$
1,00000000=$(1{,}0001)^{0}$	0
1,00010001=$(1{,}0001)^{1}$	1
1,00020003=$(1{,}0001)^{2}$	2
1,00030006=$(1{,}0001)^{3}$	3
1,00040000=$(1{,}0001)^{4}$	4
1,00050010=$(1{,}0001)^{5}$	5
....	
1,532= $(1{,}0001)^{4265}$	42656
....	
2,023=$(1{,}0001)^{7046}$	7046
2,85635839=$(1{,}0001)^{10496}$	10496
....	
3,032=$(1{,}0001)^{11093}$	11093
....	
3,504=$(1{,}0001)^{12538}$	12538
....	
4,58332=$(1{,}0001)^{15225}$	15225
....	
4,644=$(1{,}0001)^{15358}$	15358
....	
8,143= $(1{,}0001)^{20985}$	20985
....	
9,99999790= $(1{,}0001)^{23025}$	23025
9,99999790= $(1{,}0001)^{23026}$	23026
9,99999779= $(1{,}0001)^{23027}$	23027
....	
9,99999989= $(1{,}0001)^{23027{,}0021}$	23027,0021
9,99999999= $(1{,}0001)^{23027{,}0022}$	23027,0022

Avem 5 pași de calcul

(350,4)x(0,8143)= $10^{1}(3{,}504)(8{,}143)$
reducerea inițială

1 $=10^1(1{,}0001)^{12538}(1{,}0001)^{20985}$ din tabel

2 $=10^1(1{,}0001)^{33523}$ adunare exponenți

3 $=10^1 10^1\ (1{,}0001)^{33523-23027}$ reducere k=1

4 ....$=10^2(1{,}0001)^{10496}$ simplificare

5 ....$=10^2(2{,}85635) = 285{,}635$ din tabel

Împărțirea se face la fel ca la înmulțire, dar se scad exponenții

Ridicarea la putere să calculăm $(15{,}32)^9 = 10^{10}(4{,}648)$ (rezultatul exact)

1 $15{,}32^9$=$(1{,}532 \cdot\ 10)^9 = 10^9(1{,}532)^9$ reducerea inițială

2 $=10^9((1{,}0001)^{4265})^9$ din tabel

3 $=10^9\ (1{,}0001)^{9(4265)}$ înmulțire

4 ....$=10^9\ (1{,}0001)^{38385}$ simplificare

5 ....$=10^9\ 10^1(1{,}0001)^{38385-23027}$ reducere k=1

6 ....$=10^{10}\ (1{,}0001)^{15358}$ simplificare

7 $=10^{10}(4{,}644)$ din tabel

Radicali să calculăm $\sqrt[5]{2023}$ =4,583 (exact 4,58352)

1 $\sqrt[5]{2023}$=$\sqrt[5]{2{,}023(10^3)}$ reducerea inițială

2 $=\sqrt[5]{(1{,}0001)^{7046}(10^3)}$ din tabel

3 $=\sqrt[5]{(1{,}0001)^{7046}(1{,}0001)^{3(23027)}}$

reducere k=-3

(1000= 10^3 depășește de 3 ori 10)

4 ....= $\sqrt[5]{(1{,}0001)^{76127}}$

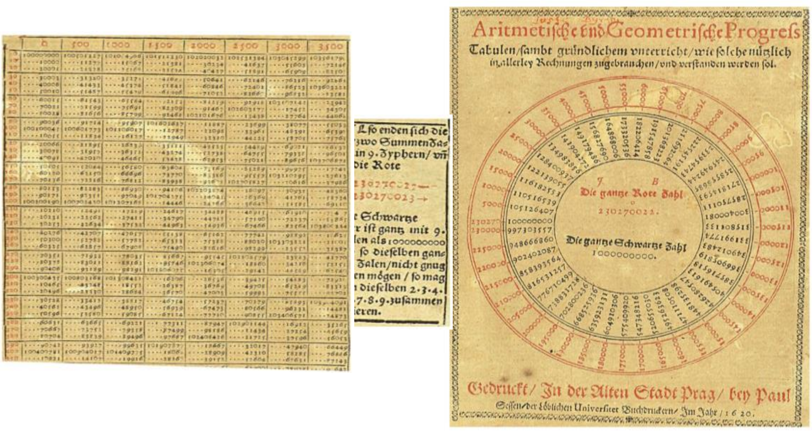
simplificare

5 ....=$(1{,}0001)^{15225}$

se împarte la 5

6 ....= $4{,}58332$ din tabel

Rigla de calcul-circulară



Aritmetische und geometrische progress Tabulen-1620 tipărită la Praga și prima pagina cu calculații-în mijloc ultima pagină din cele 59 pagini de tabele

Numerele roșii sunt pentru 23027,022 și pentru alți exponenți (logaritmii), iar negru sunt numerele corespunzătoare.

Calculul geometric cu sectorul logaritmic circular

Sa calculam produsul (1,284)(1822)

1284 (B)corespunde cifrei roșu 2500

deoarece $(1{,}0001)^{2500} = 1{,}284$

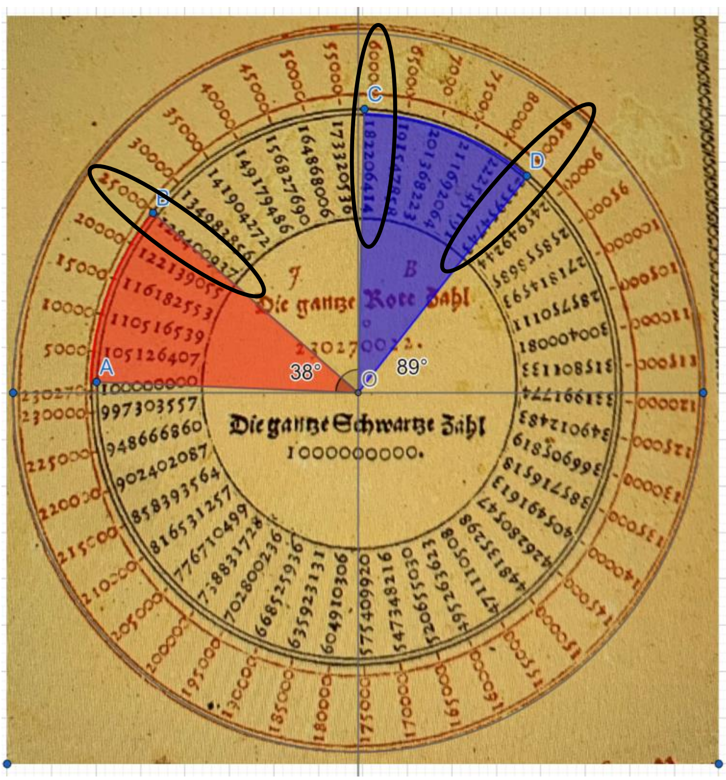
1822 (C)corespunde cifrei roșu 5598

deoarece $(1{,}0001)^{5998} = 1{,}822$

Definim sectorul roșu 1,0-1,284 (OAB) cu unghiul la centru 38° ($(1{,}0001)^{0} = 1$)

Rotim sectorul OAB cu 89° (unghiul la centru AOC=89°) și obținem sectorul albastru OCD cu punctul căutat D (8500, 2,33954743)

D corespunde cu 2,33954743=$(1{,}0001)^{8500} = 2{,}33954742$ (rezultatul exact)



Aceasta invenție a deschis noi orizonturi și după el au venit alți învățați care au adus riglele de calcul, care s-au folosit până la apariția calculatoarelor (1970)

Bürgi a fost un autodidact, fără multa educație, dar extrem de înzestrat, mental și spiritual. Faptul că a învățat meseria ceasurilor de la cei mai buni meșteri elvețieni, din Schaffhausen și Augsburg, aceasta măiestrie i-a permis sa meargă mai departe la construcții de mecanisme complexe, calcule mai sofisticate și observații astronomice. El a fost un temerar, un căutător modest și evlavios și a avut șansa sa lucreze cu cei mai celebrii astronomi ai timpului Tycho Brahe și Johannes Kepler. Căutările sale pe bolta cerului l-au împins spre revelații și a descoperit calcule miraculoase, pe care le-am prezentat mai sus. Magia logaritmilor, legate de trigonometrie, calculul sinus cu 9 zecimale exacte sunt minuni, ce se pot pune alături de Leibniz și Newton, care au venit mai târziu. Bürgi n-a explicat metoda sa trigonometrică, el a folosit-o și abia recent matematicieni celebrii au definit regula modernă de calcul cu vectori caracteristici (eigenvectori) și matrici.

Ursus, prietenul său scria în *Fundamentum astronomicum* din 1588: *„Nu trebuie să explic până la ce nivel de înțelegere această teorie extrem de profundă și nebuloasă a fost corectată și îmbunătățită prin studiul neobosit al dragului meu profesor, Justus Bürgi din Elveția, prin. considerații asidue şi gândire zilnică.... Prin urmare, nici eu, nici dragul meu profesor, inventatorul și inovatorul acestei științe ascunse, nu vom regreta vreodată necazul și munca pe care le-am cheltuit.”*

Bürgi scrie: *„De multe sute de ani, până în prezent, strămoșii noștri au folosit această metodă pentru că nu au fost capabili să inventeze una mai bună. Cu toate acestea, această metodă este incertă și dărăpănată, precum și greoaie și laborioasă. Prin urmare, dorim să facem acest lucru într-un mod diferit, mai bun, mai corect, mai ușor și mai vesel. Și vrem să subliniem acum cum pot fi găsite toate sinusurile fără inscripția supărătoare [a poligoanelor], și anume prin împărțirea unui unghi drept în câte părți dorește cineva.”*

„*Fundamentum astronomiae*” s-a pierdut timp de 4 secole, a fost (re)descoperită de Menso Folkerts abia în 1991/2013 și publicat de Dieter Launert în 2015 - câteva explicații asupra metodei:

Pasul de iterație-interpolare

de la vectorul (a_j^k) 1≤j≤N, la vectorul (a_j^{k+1}) 1≤j≤N

este dat prin înmulțirea vectorului cu o matrice care are doar intrări pozitive și, prin urmare, prin Teorema Perron (1907)-Frobenius (1912), are o valoare proprie dominantă *(eigenvalue).*

Pentru k=1 avem a1 și c1 din tabel

prima coloana c_1 (a_j) $a_0,$ $a_1,$ $a_1,$ $a_2 \ldots$ $a_6 = 12$. este 0, 1, 2 4, 6, 8, 10,12   j=0,1, 6

a 2 a coloana a_1 (b_j) $b_1,$ $b_2,$ $b_3, \ldots$ $b_6 = 6$. este 36, 34, 30, 24, 16, 6 j=1,2...6   j=1,2, 6

$$b_j = a_j + b_{j+1}$$

a1	c1
	0=a_0
$b_1 = a_1 + b_2 = 34 + 2 = 36$	2=a_1
$b_2 = a_2 + b_3 = 30 + 4 = 34$	4=a_2
$b_3 = a_3 + b_4 = 24 + 6 = 30$	6=a_3
$b_4 = a_4 + b_5 = 16 + 8 = 24$	8=a_4
$b_5 = a_5 + b_6 = 10 + 6 = 16$	10=a_5
$b_6 = a_6/2$=6	12=a_6

a1	c1
	0
36	2
34	4
30	6
24	8
16	10
6	12

Pentru o coloana k (numărul pașilor de interpolare) avem

$$a_j^k = b_j^{k-1} + a_{j-1}^k \qquad \text{j=1,.....N}$$

Un calcul simplu arată că vectorul (sin Δ,sin 2Δ,...,sin(N−1)Δ,sinNΔ) (în cazul nostru sin10/sin20/...sin90) este un vector propriu (vector caracteristic) aparținând acestei valori proprii.

Bürgi a observat cel mai târziu în 1587:

Pentru fiecare j∈{0,...,N} raportul (a_j^k/a_N^k) *aproximează sin (jΔ) destul de bine pentru k suficient de mare*. Idea genială pe care Bürgi a observat-o și a folosit-o este $\sin(j\Delta) = \frac{a_j^k}{a_N^k}$

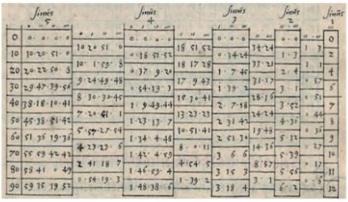
Unde a_N^k este *sinus totus*, valoarea maximă a funcției pentru 90° (în tabelele prezentate mai sus, valoarea maximă în coloanele c1,c2, c3, c4).

Deoarece Bürgi nu a fost prea clar în declarația sa, și nu știm dacă deținea o dovadă a faptului menționat mai sus. În orice caz, afirmația este corectă, așa cum s-a demonstrat prin calcul matricial.

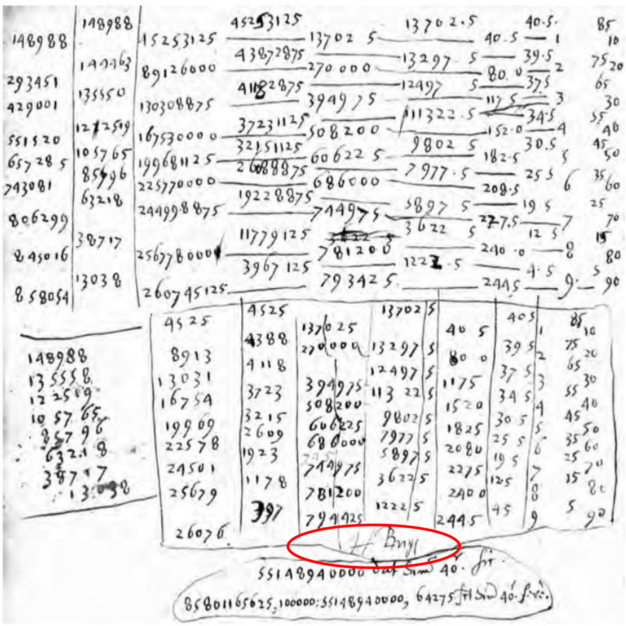
Această teoremă (Peron-Fobrenius) are aplicații importante în teoria probabilității (lanțurile Markov); la teoria sistemelor dinamice (schimbări de tip finit); la economie (teorema lui Okishio, condiția Hawkins–Simon); la demografie (modelul de distribuție pe vârstă a populației Leslie); la rețelele sociale (procesul de învățare DeGroot); la motoarele de căutare de pe Internet (*Page Rank*) și chiar la clasarea echipelor de fotbal. Primul care a discutat despre ordonarea jucătorilor în cadrul turneelor, folosind vectori proprii *Perron-Frobenius* este matematicianul german Edmund Landau (1877 - 1938).

Faptul că o teoremă de la începutul secolului al XX-lea este folosit pentru a arăta că un algoritm de la sfârșitul secolului al XVI-lea funcționează corect, a condus la evaluări diferite ale geniului lui Burgi Trebuie să admitem că intuiția lui Bürgi anticipează unele aspecte ale ideilor și dezvoltărilor care au ieșit la lumină abia la începutul Secolului 20. Nu știm în ce măsură Bürgi a avut o demonstrație dar putem anticipa ca el a căutat-o...

Henry Briggs a calculat în 1620 tabela lui Burgi-Kunsttabelle în *Fundamentum Astronomicum* sub semnatura H.Briggs



	Spalte 5		Spalte 4		Spalte 3		Spalte 2		Spalte 1
0	0	2,235,060	0	67,912	0	2,064	0	63	0
10	2,235,060	2,167,148	67,912	65,848	2,064	2,001	63	61	2
20	4,402,208	2,033,388	133,760	61,783	4,065	1,877	124	57	4
30	6,435,596	1,837,845	195,543	55,841	5,942	1,696	181	51	6
40	8,273,441	1,586,461	251,384	48,203	7,638	1,464	232	44	7
50	9,859,902	1,286,874	299,587	39,101	9,102	1,188	276	36	8
60	11,146,776	948,186	338,688	28,811	10,290	876	312	27	9
70	12,094,962	580,687	367,499	28,811	11,166	537	339	17	10
80	12,675,649	195,543	385,144	5,942	11,703	181	356	6	11
90	12,871,192		391,086		11,884		362		12



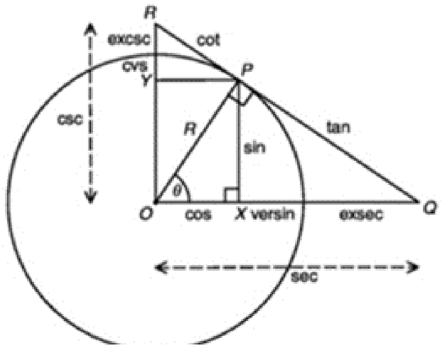
Asupra legăturii dintre funcțiile trigonometrice si progresia aritmetica

Tabela magică, care in câteva iterații-interpolări, de la stânga la dreapta, ajunge rapid la valori exacte cu 5 zecimale a funcției sin(x) Faptul ca cercul trigonometric este simetric, se poate împarți in cadrane-la fel simetrice sus si jos, astfel se poate face o asemănare intre sectoarele de cerc si elementele simetrice ale unei matrice pătratică. Aceste legături conduc la teorema Peron-Fobrenius, care definesc calculul matricial (*eigen vector*-vector caracteristic).

Funcția sinus din *„artificium”*

Bürgi cunoștea formula

$$\sin\alpha\cdot\sin\beta=1/2(\sin(90-\alpha+\beta)-\sin(90-\alpha-\beta))$$



și a lăudat-o, folosind-o ca un mijloc de a reduce înmulțirea la adunare și scădere. și utilizarea unui tabel de sinus (*„prostaphaeresis”*).

For j= 1,...,N−1(,N)această formulă implică

$\sin j\Delta = \sin(j-1)\Delta + 2\sin\frac{\Delta}{2}\cdot\cos(j-\frac{1}{2})\Delta$ și

$\cos(j-\frac{1}{2})\Delta = \cos(j+\frac{1}{2})\Delta + 2\sin\frac{\Delta}{2}\cdot\sin j\Delta$

Dacă se consideră a_j:= sinjΔ în schema lui Bürgi și luăm r:= 2 $\sin\frac{\Delta}{2}$, atunci o inducție dublă, mai întâi pentru j apoi pentru k arată că

$b_j^k=r^{-(2k+1)}(\cos(j+\frac{1}{2})\Delta+r\ \sin j\Delta)=r^{-(2k+1)}\cos(j-\frac{1}{2})\Delta$

pentru j= 1, ...,,N și

$a_j^k=r^{-2k}\ (\sin(j-1)\Delta + r\cdot\cos(j-\frac{1}{2})\Delta\ \sin j\Delta)$.

pentru j= (0,)1,...,N și toate k

Henry Briggs (1561-1630)

Briggs s-a născut la Warleywood, parohia **Halifax**, în Yorkshire, Anglia. După ce a studiat latină și greacă la o școală locală, a intrat în St John's College, Cambridge University, în 1577, și a absolvit în 1581 (gradul BA), apoi MA (master) 4 ani mai târziu.



Henry Briggs, Gresham College – 1740 și Halifax în Scoția

În 1588, a fost ales cadru didactic la colegiul St John's. În 1592, a fost avansat ca examinator și profesor; În această perioadă, s-a interesat de navigație și astronomie. În 1596, a devenit primul profesor de geometrie la recent înființatul Gresham College, Londra, unde a predat și astronomie și navigație. A ținut prelegeri acolo timp de aproape 23 de ani și a făcut din Gresham College un centru de matematică engleză, de la care a susținut noile idei ale lui Johannes Kepler. A fost profesorul apoi colegul lui Edmund Gunter (inventatorul riglei de calcul).

Briggs a respins astrologia din motive religioase. El a numit odată astrologia *„un simplu sistem de îngâmfări fără temei”*. În 1602 Briggs a publicat *A Table to find the Height of the Pole* (metoda de găsire a înălțimii polului), fiind dată declinația magnetică (distanta unghiulară), iar în 1610 publicase *Tables for the Improvement of Navigation* (metodă de navigație). În acea vreme, Briggs a obținut o copie a Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio, în care Napier a introdus ideea de logaritmi. De asemenea, s-a sugerat că el cunoștea metoda prezentată în *Fundamentum Astronomiae* publicată de ceasornicarul elvețian Jost Bürgi. -

Formularea lui Napier a fost dificilă, dar cartea a declanșat imaginația lui Briggs – în prelegerile sale de la Gresham College a propus ideea de logaritmi de bază 10 în care logaritmul lui 10 ar fi 1; iar la scurt timp după aceea i-a scris lui Napier despre acest subiect. Briggs a fost activ în multe domenii, iar sfaturile sale în astronomie, topografie, navigație și alte activități precum mineritul au fost foarte căutate.

Briggs în 1619 a investit în London Company (companie de investiții și colonizare în Virginia-USA) și a avut doi fii: Henry, care mai târziu a emigrat în Virginia și Thomas, care a rămas în Anglia. Briggs a murit la 26 ianuarie 1630 și a fost înmormântat în capela Merton College, Oxford. Doctorul Smith, în „Viețile profesorilor Gresham”, *îl caracterizează ca fiind un om de mare probitate, un adversar al bogaților și mulțumit de propria sa funcție, preferând o retragere spre studiu și educație.*

Contribuții în matematică

Briggs aflase de logaritmii lui Napier și era nerăbdător sa-l cunoască. Iată ce scria el în 1614:

Napper, stăpânul Markinston, mi-a pus capul și mâinile o lucrare cu noii și admirabilii lui logaritmi. Sper să-l văd în această vară, dacă îi place lui Dumnezeu, pentru că n-am văzut niciodată o carte care să mă fi plăcut mai mult sau să mă întrebe mai mult.

În 1615, Briggs a vizitat pe Napier la Edinburgh pentru a discuta despre modificarea bazei logaritmilor. Pentru Briggs a fost o călătorie de cel puțin 4 zile cu calul și trăsura. Briggs era dornic să-l întâlnească pe Napier. O descriere a întâlnirii lor a fost spusă de John Marr lui William Lilly, care scrie următoarele:

Domnul Briggs stabilește o anumită zi când să se întâlnească la Edinburgh; dar în lipsă, Merchiston (Napier) se temea că nu va veni. Sa întâmplat într-o zi când John Marr și Lordul Napier vorbeau despre domnul Briggs: „Oh! John”, spune Merchiston, „Dl Briggs nu va veni acum”; chiar în clipa în care cineva bate la poartă, John Marr s-a grăbit să coboare și s-a dovedit a fi domnul Briggs, spre marea lui mulțumire. Îl aduce pe domnul Briggs în camera Domnului Napier, *unde au petrecut aproape un sfert de oră, fiecare privindu-l pe celălalt cu admirație, înainte de a fi rostit un cuvânt. În cele din urmă, domnul Briggs a început: „Domnule, am întreprins această călătorie lungă intenționat pentru a vă vedea persoana și pentru a ști prin ce mod de inteligență sau ingeniozitate ați ajuns să vă gândiți mai întâi la acest ajutor excelent pentru astronomie, și anume logaritmii. ; dar, Doamne, aflând de dv., mă întreb că nimeni altcineva nu a mai aflat-o înainte, când se știe acum că este atât de ușor.*

Briggs îi sugerase lui Napier într-o scrisoare trimisă înainte de întâlnirea lor că tabelele ar trebui să fie (în terminologia noastră) la baza 10, iar Briggs începuse să construiască astfel de tabele. Napier a răspuns că a avut aceeași idee, dar nu putea, din cauza stării de sănătate și din alte motive importante, să se angajeze la construirea de noi tabele.

La întâlnirea lor, Napier i-a sugerat lui Briggs că noile tabele ar trebui să fie construite cu baza 10 și cu log 1 = 0. Briggs a scris că Napier a propus:

... că 0 ar trebui să fie logaritmul unității și 10.000.000.000 $(\log 10 = 10^{10})$ *cel al întregului sinus (sinus totus), ceea ce nu puteam să nu admit că era de departe cel mai convenabil.*

Într-adevăr, Briggs a construit astfel de tabele. A petrecut o lună cu Napier la prima sa vizită din 1615, a făcut o a doua călătorie de la Londra la Edinburgh pentru a-l vizita din nou pe Napier în 1616 și ar fi făcut încă o a treia vizită în anul următor, dar Napier a murit în primăvară (1617), înainte de vizita de vară planificată. .

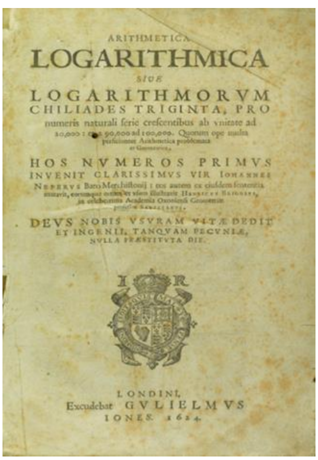
În timpul acestor conferințe s-a convenit asupra modificării propuse de Briggs; iar la întoarcerea sa de la a doua vizită la Edinburgh, în 1617, a publicat primii 1000 de logaritmi, oferind logaritmi cu 14 cifre ai numerelor întregi de la 1 la 1000.

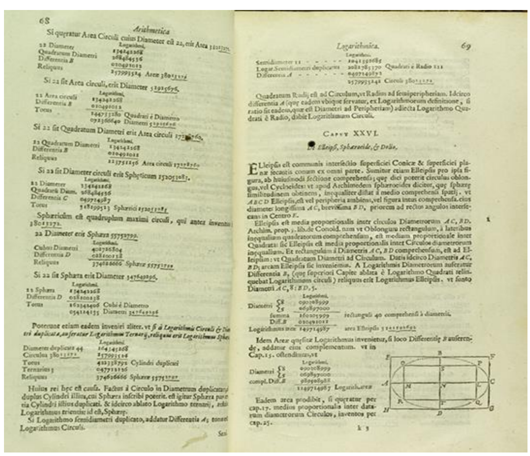
În 1619 a fost numit profesor Savilian (titlu onorific) de geometrie la Universitatea din Oxford și a demisionat din funcția de profesor de la Gresham College în iulie 1620. La scurt timp după stabilirea sa la Oxford, a fost avansat ca *Master of Arts*. În 1624 a fost publicată **Arithmetica Logarithmica**, o lucrare care conținea logaritmii a treizeci de mii de numere naturale cu paisprezece zecimale (1-20000 și 90000 la 100000-total 30000 logaritmi).

Logaritmii rămași ai numerelor de la 20.001 la 90.000 au fost calculați mai târziu de *Adriaan Vlacq* (1600-1667), un editor olandez, în tabelul său de logaritmi ai numerelor de la 1 la 100.000 cu 10 zecimale exacte. *Alexander John Thompson* a publicat un tabel de logaritmi ai numerelor de la 1 la 100.000 cu precizie la 20 de zecimale în 1952. Briggs a fost unul dintre primii care au folosit metode cu diferențe finite pentru a calcula tabele de funcții.

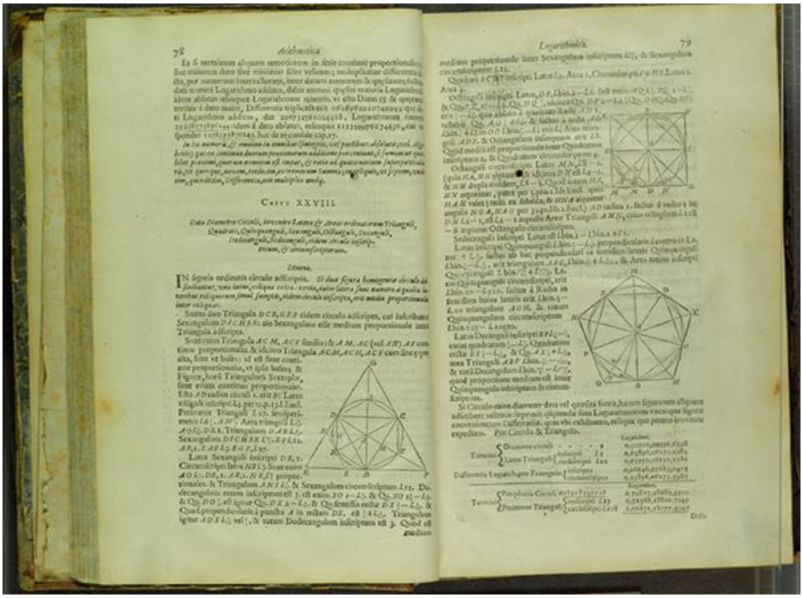
Briggs a completat, de asemenea, un tabel de sinusuri și tangente logaritmice pentru a suta parte a fiecărui grad la 14 zecimale, cu un tabel de sinusuri la 15 zecimale și tangente și secante cu 10 zecimale exacte; toate acestea au fost tipărite la Gouda în 1631 și publicate în 1633 sub titlul de *Trigonometria Britannica*; această lucrare a fost probabil un succesor a lucrării din 1617 *Logarithmorum Chilias Prima* („Prima mie de logaritmi”), care a oferit o scurtă prezentare a logaritmilor și un tabel lung al primelor 1000 de numere întregi calculate până la a 14-a zecimală.

Arithmetica Logarithmica-1624


ARITHMETICA
LOGARITHMICA
SIVE
LOGARITHMORVM
CHILIADES TRIGINTA, PRO
HOS NVMEROS PRIMVS
INVENIT CLARISSIMVS VIR IOHANNES
DEVS NOBIS VSVRAM VITÆ DEDIT
ET INGENII, TANQVAM PECVNIÆ,
NVLLA PRÆSTITVTA DIE.
LONDINI,
Excudebat GVLIELMVS
IONES. 1624.


68
Arithmetica
Logarithmica.
69
Capvt XXVI.

În capitolul 26 din Arithmetica, Briggs a demonstrat utilizarea logaritmilor săi în calcularea proprietăților elipsei.



În capitolul 28, Briggs a folosit logaritmi pentru a rezolva probleme geometrice mai complexe care implică poligoane înscrise.

Briggs a simplificat tabelele lui Napier și a ales baza 10, care avea avantaje și era potrivita pentru sistemul zecimal. Iată un exemplu

Sa luam din tabel $\log_{10} x$ pentru numerele 2, 20 și 200

0,30102999566398

1,30102999566398

2,30102999566398

$$10^{\log_{Briggs} x} = 10^{\log_{10} x} = x$$

Ele diferă numai prin numerele întregi (0-1-2). În adevăr dacă ținem cont de proprietățile logaritmilor

$$\log_{10}(10^k x) = \log_{10} x + \log_{10}(10^k) = \log_{10} x + k$$

Deci putem elimina 4000 de intrări, care au aceeași valoare zecimală, dar diferă ca valoare întreagă.

Sa calculăm cu tabela lui Briggs $\sqrt[6]{(5{,}0001)10^{14}}$

1 $\sqrt[6]{(5{,}0001)10^{14}}=(10^2)\sqrt[6]{(5{,}0001)10^2}$
reducerea inițială

2 $=(10^2)\sqrt[6]{(10^{0{,}69897})10^2}$
din tabel

3 $=(10^2)\sqrt[6]{10^{2+0{,}69897}}$
adunare

4 $=(10^2)\sqrt[6]{10^{2{,}69897}}$
simplificare

5 $=(10^2)(10^{2{,}69897/6})$
împărțire la 6

6 $=(10^2)(10^{0{,}44982})$
simplificare

7 $=(10^2)(2{,}8172) = \mathbf{281{,}72}$
din tabel

Valoarea exacta 281,7277 (prin telefonul mobil-calculator)

	x	$\log_{Briggs} x$
10^{0}	1,0000	0,00000000000000
$10^{0,00004342727687}$	1,0001	0,00004342727687
$10^{0,00008685021164}$	1,0002	0,00008685021164
$10^{0,30102999566398}$	2,0000	0,30102999566398
$10^{0,44982}$	2,8172	0,44982
$10^{0,5}$	3,1622	0,5
$10^{0,69897000433602}$	5,0000	0,69897000433602
$10^{0,69897869013879}$	5,0001	0,69897869013879
$10^{0,95424250943932}$	9,0000	0,95424250943932
$10^{0,99999565703347}$	9,9999	0,99999565703347
10^{1}	10,0000	1,00000000000000

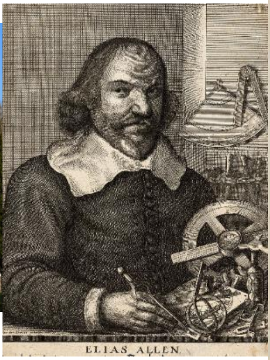
Această invenție a deschis drumul către alte descoperiri care au urmat (rigla de calcul)

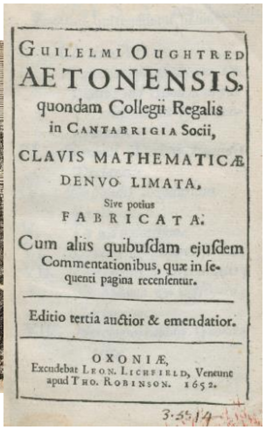
William Oughtred (1574 – 1660) a fost un teolog și matematician englez. După ce John Napier a inventat logaritmii și Edmund Gunter a creat masurile și riglele logaritmice, Oughtred a fost primul care a folosit două astfel de rigle care alunecă una pe alta pentru a efectua înmulțirea și împărțirea directă. De fapt el a inventat 2 feluri de dispozitive de măsură logaritmice, una circulara și una care glisează liniar. El este creditat cu inventarea *riglei de calcul* în aproximativ 1622. El a introdus, de asemenea, simbolul „×” pentru înmulțire și abrevierile „sin” și „cos” pentru funcțiile sinus și cosinus. Fiul lui Benjamin Oughtred din Eton în Buckinghamshire (acum parte din Berkshire), William s-a născut la Eton la 5 martie 1574/75 și a fost educat la Eton College, unde tatăl său, a fost unul dintre profesorii săi. El a fost ales să fie unul dintre bursierii regelui la Eton College. Tatăl său a fost un desenator excelent și l-a învățat să scrie. A mers la King's College din Cambridge, unde a absolvit BA în 1596/97 și MA în 1600, deținând o bursă în colegiu din 1595 până în 1603. La vârsta de 23 de ani, și-a scris acolo Horologiographia Geometrica.



Portretul lui Oughtred de Wenceslaus Hollar-Antwerp 1646-Eton, lângă Windsor pe harta Angliei și rigla circulara făcută de Elias Allen 1633-1640 (Harvard University, Putnam Gallery-MA-USA

Oughtred avea o pasiune pentru matematică și adesea rămânea treaz nopțile pentru a învăța în timp ce alții dormeau. Apoi a urmat cursurile King's College, Cambridge, unde a absolvit BA în 1596/97 și MA în 1600, deținând o bursă în colegiu din 1595 până în 1603.


GUILELMI OUGHTRED
AETONENSIS,
quondam Collegii Regalis
in CANTABRIGIA Socii,
CLAVIS MATHEMATICÆ
DENVO LIMATA,
Sive potius
FABRICATA.
Cum aliis quibusdam ejusdem
Commentationibus, quæ in sequenti pagina recensentur.
Editio tertia auctior & emendatior.
OXONIÆ,
Excudebat LEON. LICHFIELD, Veneunt apud THO. ROBINSON. 1652.

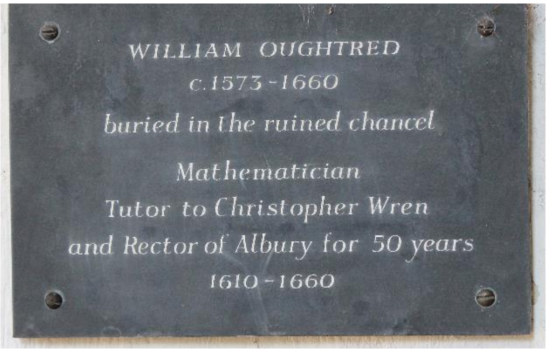
Vechea biserică Sf. Petru și Sf. Paul, Albury, Surrey, unde William Oughtred a fost rector(pastor) între 1610 și 1660 și unde este înmormântat- mijloc-Elias Allen meșterul care-i lucra instrumentele lui Oughtred-dreapta *Clavis mathematicae*, 1652

A fost admis, ca prelat anglican, apoi a părăsit Universitatea din Cambridge în jurul anului 1603, când în calitate de „Maestru” a deținut poziția de preot la rectoratul Bisericii Sf. Maria, Guildford, Surrey. A fost numit ca vicar la Shalford, lângă Wonersh, în cartierul Guildford din vestul Surrey, la 2 iulie 1605.

La 20 februarie 1606, la Shalford, Oughtred s-a căsătorit cu *Christsgift* Caryll (darul lui Hristos), cu care au avut 13 copii (9 băieți și 4 fete). Niciunul dintre fiii săi nu a putut să devină cărturari . Doi dintre fii, Benjamin și John, au împărtășit interesul tatălui lor pentru instrumente și au devenit ceasornicari.

Era un om mic, avea părul negru și ochi negri (cu mult spirit). Capul îi lucra mereu. Ar fi desenat linii și diagrame în praf, sau chiar pe nisip...obisnuia sa stea în pat până la 11 sau 12...studia târziu în noapte. Nu mergea la culcare pina la 11. Își lua lângă el cutia de carton, de scris, iar în vârful stâlpului de pat avea fixat cornul cu cerneala. Dormea puțin. Uneori nu dormea 2 sau 3 nopti. (John Aubrey Brief Lives)

Era mai faimos în străinătate pentru învățătura sa, decât acasă. Câțiva mari matematicieni (Nicholas Mercator, din Holstein) au venit în Anglia pentru a discuta cu el. John Wallis și Christopher Wren au fost elevii săi. El a predat totul gratuit. Era un bun latinist și ştia și grecește. Vecinii săi de la țară (deși nu au înțeles valoarea lui) știau că trebuie să existe o valoare extraordinară în el, că era atât de vizitat de străini.



Placa pe mormânt- Biserica Sf. Petru și Sf. Paul din Albury

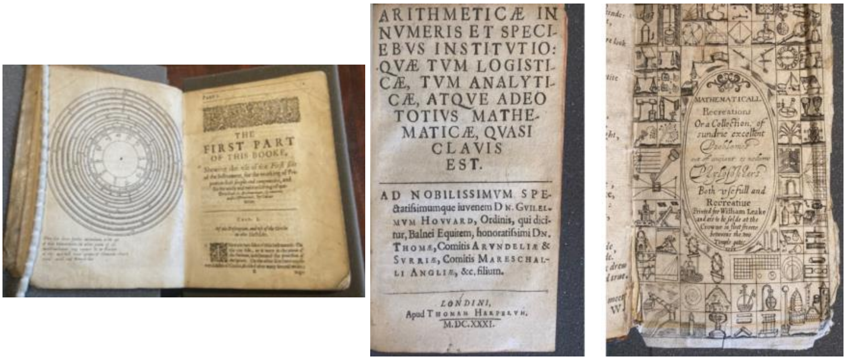
William Oughtred (1575-1660) îngropat la corul ruinat- Matematician tutor pentru Christopher Wren și pastor la Albury pentru 50 ani 1610-1660

Prin urmare, Oughtred a rămas la Albury, servind acolo ca pastor-rector timp de 50 de ani. William Oughtred a murit la Albury în 1660, la o lună după restaurarea lui Carol al II-lea. în anul în care avea vârsta de optzeci și opt de ani. Un susținător ferm al regalității, se spune că a murit de bucurie la cunoștințele revenirii regelui. El a fost înmormântat în Biserica Sf. Petru și Sf. Paul, Albury

Opera matematică

Cea mai importantă lucrare a lui William Oughtred a fost publicată pentru prima dată în 1631, în latină, sub titlul *Arithemeticæ în Numeris et Speciebus Institutio, quae tum Logisticæ, tum Analyticæ, atque adeus totius Mathematicæ quasi Clavis est* (Fundamentele în Aritmetica și teoria numerelor, care este Cheia Logicii, apoi a Analizei și deci a întregii Matematice). A fost dedicată lui William Howard, fiul patronului lui Oughtred, Thomas Howard, al 14-lea conte de Arundel.

Clavis mathematicae, ediția 1652 Acesta este un manual de algebră elementară. Începe cu o discuție despre notația hindusă-arabă a fracțiilor zecimale și mai târziu introduce abrevierile semnelor de înmulțire și împărțire ale fracțiilor zecimale. Oughtred a discutat, de asemenea, două moduri de a efectua împărțirea lungă și a introdus simbolul „~" exprimând diferența dintre două variabile. *Clavis Mathematicae* (Cheia Matematicii)a devenit clasică, fiind retipărită în mai multe ediții. A fost folosită ca manual de către John Wallis și Isaac Newton, și mulți alții. O lucrare concisă, a susținut un stil mai puțin pronunțat în matematică, fără multe cuvinte și o dependență mai mare de simboluri. Bazându-se pe **François Viète** (deși nu în mod explicit), Oughtred a inovat, introducând simboluri, nu numai semnul de înmulțire, așa cum este acum folosit universal, ci și semnul proporției (coloana dublă ::). Aceste ediții conțineau noțiuni suplimentare despre rezolvarea ecuațiilor dificile, utilizarea părților zecimale și a logaritmilor, precum și delimitarea cadranelor solare. Ultima ediție (a treia) a fost în 1652, iar edițiile postume (*Clavis Mathematicæ* au apărut în 1667 și 1693 (latină) și în 1694 (engleză). Lucrarea a câștigat popularitate la aproximativ 15 ani de la prima apariție, deoarece matematica a avut un rol mai mare în învățământul superior.

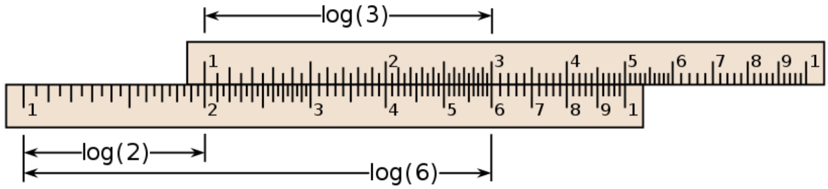


Rigla de calcul circulară și Titlul primei publicații-*Clavis Mathematicae*-Londra 1631 din modestie, Oughtred nu și-a trecut numele (colecția Universității Eton-Scotland)

Cadran solar dublu orizontal La vârsta de 23 de ani, Oughtred a inventat cadranul solar dublu orizontal, numit acum tipul Oughtred după el. O scurtă descriere Descrierea și utilizarea dublului Horizontall Dyall (16 p.) a fost adăugată unei ediții din 1653 (în traducere în engleză) a cărții de pionier despre matematica recreațională, Récréations Mathématiques (1624) de Hendrik van Etten, un pseudonim al lui Jean. Leurechon.[66] Traducerea în sine nu mai este atribuită lui Oughtred, ci (probabil) lui Francis Malthus.[67] Cadran inel echinocțial universal Oughtred a inventat și cadranul universal inel echinocțial.[68]

Rigla de calcul

Invenția lui Oughtred a riglei de calcul a constat în a lua o singură „regulă”, deja cunoscută de Gunter, și în simplificarea metodei de utilizare a acesteia. Gunter a cerut folosirea unei perechi de separatoare pentru a renunța la distanțe conform regulii sale; Oughtred a făcut pasul de a aluneca două rigle una pe lângă alta pentru a atinge aceleași scopuri. Conceptul său inițial din anii 1620 era pentru o riglă circulară; dar el nu a fost primul care a venit cu această idee- a fost publicată de *Delamain* în 1630. Designul convențional al unei secțiuni de mijloc glisante pentru o reglă liniară a fost o invenție a anilor 1650.



Rigla de calcul a fost prietenul nedespărțit al fiecărui savant și inginer, timp de 350 de ani, dăruit cu onoare urmașilor, care doreau sa învețe, din generație în generație. Odată cu apariția pe piață a calculatorului de buzunar (Texas Instrument TI-30-1976), rigla a mai durat cam 10 ani și a dispărut în praful istoriei. Daca logaritmii și riglele s-au pierdut în negura vremii, totuși funcția logaritmica, introdusa de Bernoulli și Euler rămâne centrul la aproape toate aplicațiile din chimie, fizica, biologie, artă și muzică.

logaritmii lui Napier și Bürgi

câteva considerații asupra logaritmilor și progresiile aritmetice și geometrice

John Napier (*Mirifici Logarithmorum canonis descriptio*, Edinburg 1614) și Jost Burgi (*Arithmetische und geometrische Progress Tabulen*-Praga 1620)

Principiul este comun și anume o tabelă constă din 2 coloane, una aritmetică

x_n = n (s), n = 0, 1, .

și una geometrică

y_n = z (q^n), n = 0, 1, ...

unde s ,z și q sunt constante.

Legătura dintre cele 2 funcții

Funcția L, prin care cele 2 progresii, aritmetică x_n = n (s), și geometrică y_n = z (q^n),este

L(y_n)= x_n , astfel

L(z $q^n) = ns$, luam y= z q^n

și aflăm pe n în funcție de y-folosim funcția ln(x) și avem n=$\frac{ln\frac{y}{z}}{\ln q}$ deci L(y)=s $\frac{ln\frac{y}{z}}{\ln q}$ (1)

pentru **Bürgi**
s=10 (rația progresiei aritmetice)
z=10^8 (coeficientul bazei din progresia geometrică)
q=1+$10^{-4} = 1.0001$ (rația progresiei geometrice) înlocuim în (1)
Bürgi numește numărul x_n-(die rote Zahl)- numărul roșu al lui y_n
La el nu apare cuvântul logaritm (1) devine

f(y)= $L_B(y) = 10^5(\ln((1+10^{-4})^{10000}))^{-1}\ln\frac{y}{10^8}$
dar

$(1+10^{-4})^{10000} = 2{,}71814$ este aproape cu numărul lui Euler e=2,71828
Deci $(1+10^{-4})^{10000}{\sim}1$
Logaritmul lui Bürgi devine

$$L_B(y) = 10^5 \ln\left(\frac{y}{10^8}\right)$$

pentru **Napier**
s=1+0.5 (10^{-7})
z=10^7 (coeficientul bazei din progresia geometrică)
q=1+$10^{-7} = 1.0000001$ (rația progresiei geometrice)
Napier numește numărul x_n logaritmul lui y_n -de la logos-aritmos (λογος αριθμος)
(1) devine

f(y)= $L_N(y) = 10^7(1+0.5\,(10^{-7}))(\ln((1-10^{-7})^{10000000}))^{-1}\ln\frac{y}{10^7}$
Logaritmul lui **Napier** devine

$$L_N(y) = 10^7 \ln\left(\frac{10^7}{y}\right)$$

comparația tabelelor

Napier 1614 Bürgi-1620 Briggs 1617

Progresie geometrică x	Logaritm (progresie aritmetică) $\log_{Napier} x$
1.0000000	0.0000000
0.9999999	0.0000001
0.9999998	0.0000002
0.9999997	0.0000003
0.9999996	0.0000004
0.9999995	0.0000005
0.9999994	0.0000006
0.9999993	0.0000007
0.9999992	0.0000008
0.9999991	0.0000009
0.5107932	0.6717905
0.1004775	2.2978212
0.1001881	2.3007056
0.1000000	2.3025842

x	$\log_{Bürgi} x$
1,00000000	0
1,00010001	1
1,00020003	2
1,00030006	3
1,00040000	4
1,00050010	5
....	
1,532	4265
....	
2,023	7046
2,85635839	10496
....	
3,032	11093
....	
3,504	12538
....	
4,58332	15225
....	
4,644	15358
....	
8,143	20985
....	
9,99999790	23025
9,99999790	23026
9,99999779	23027
....	
9,99999989	23027,0021
9,99999999	23027,0022

x	$\log_{Briggs} x$
1,0000	0,00000000000000
1,0001	0,00004342727687
1,0002	0,00008685021164
2,0000	0,30102999566398
2,8172	0,44982
3,1622	0,5
5,0000	0,69897000433602
5,0001	0,69897869013879
9,0000	0,95424250943932
9,9999	0,99999565703347
10,0000	1,00000000000000

În fiecare tabel:

coloana 1=antilogaritmi (progresie geometrică) coloana 2=logaritmi (progresie aritmetică)

Toți au folosit progresii *aritmetice* pentru logaritmi (colana 2) și *geometrice* pentru x(colana 1)

baza progresiilor geometrice (rația)

Napier b=$1.0000001 = 1 - 10^{-7}$ Bürgi i b=$1.0001 = 1 + 10^{-4}$ Briggs b=10

Baza logaritmilor

Napier B=1/e=0.368 Bürgi B=1.0001 Briggs B=10

$\log_{Napier} 0.9999998 = 0.0000002$=$\log_B 0.9999998$

$0.368^{0.0000002} = 0.9999998$ (rândul 3)

$$\log_{\text{Bürgi}} 1.00020003 = 2 = \log_{B} 1.00020003$$
$$1{,}0001^2 = 1{,}0002 \text{ (rândul2)}$$

$$\log_{\text{Briggs}} 0.30102999 = 2 = \log_{B} 0.30102999$$
$$10^{0.30102999} = 2 \text{ (rândul 4)}$$

Numărul valorilor logaritmilor
Napier (0-23,025,842) Bürgi (0-23,027)
Briggs (1-10,0000-coloana1=antilogaritmi)
Napier a muncit 20 de ani la tabele, el a avut ideea de a introduce funcțiile trigonometrice în tabele, a definit numele logaritmilor-proporția numerelor, a făcut comparația dintre mișcările cinematice pe cele 2 axe (uniforma-aritmetică și variată-geometrică). Briggs a preluat tot de la Napier și a simplificat tabelele, introducând baza 10 și folosind astfel avantajele sistemului zecimal. Calculele lui au exclus constantele greoaie, descrise mai sus. Tabelele lui au rămas ca referință încă 35 de ani, până la calculatoarele de buzunar.
Bürgi a lucrat independent și n-a făcut public tabelele sale decât mai târziu, la fel ca Newton și Leibniz.

Dacă alegem o bază mai mare decât 1

1.000001≥1

Tab.11

	Progresie Geometrică	logaritm
x1.000001	1.000000	0
x1.000001	1.000001	1
x1.000001	1.000002	2
x1.000001	1.000003	3
x1.000001	1.000004	4
x1.000001	1.000005	5
x1.000001	1.000006	6
x1.000001	1.000007	7

Tab.12

	Progresie Geometrică	logaritm	Progresie Aritmetică
x1.000001	1.999984	693140	+1
x1.000001	1.999986	693141	+1
x1.000001	1.999988	693142	+1
x1.000001	1.999990	693143	+1
x1.000001	1.999992	693144	+1
x1.000001	1.999994	693145	+1
x1.000001	1.999996	693146	+1
x1.000001	1.999998	693147	+1
x1.000001	2.000000	693148	+1

Avem progresia geometrică cu baza 1,000001, coloana logaritm arată puterea (exponentul), iar rezultatul ridicării la putere este în prima coloana (progresia geometrică)

Continuarea tabelei în Tab.12

$$(1{,}000001)^{693148} = 2$$

Astfel avem în ultimul rând

Acest rezultat se poate verifica ușor pe orice telefon mobil cu funcția putere x^y

Continuarea tabelei în Tab.13

$$(1{,}000001)^{1098613} = 3$$

progresie geometrică		progresie aritmetică
x0,0000001	$\Leftrightarrow$	+0.0000001
$\lim\limits_{n\to 0}(1+n)$		$\lim\limits_{n\to\infty} n$

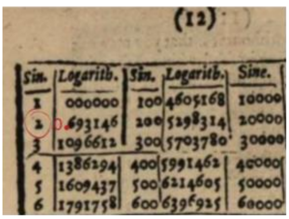
$$(1+n)^n \to e$$

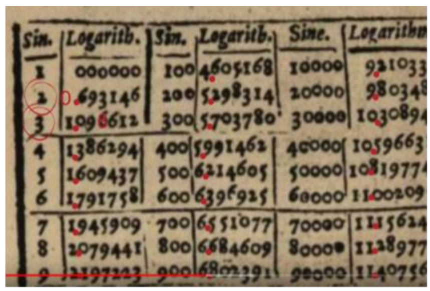
	Progresie Geometrică	logaritm	Progresie Aritmetică
	2.000000	693148	+1
x1.000001	2.999979	1098606	+1
x1.000001	2.999982	1098607	+1
x1.000001	2.999985	1098608	+1
x1.000001	2.999988	1098609	+1
x1.000001	2.999991	1098610	+1
x1.000001	2.999994	1098611	+1
x1.000001	2.999997	1098612	+1
x1.000001	3.000000	1098613	+1

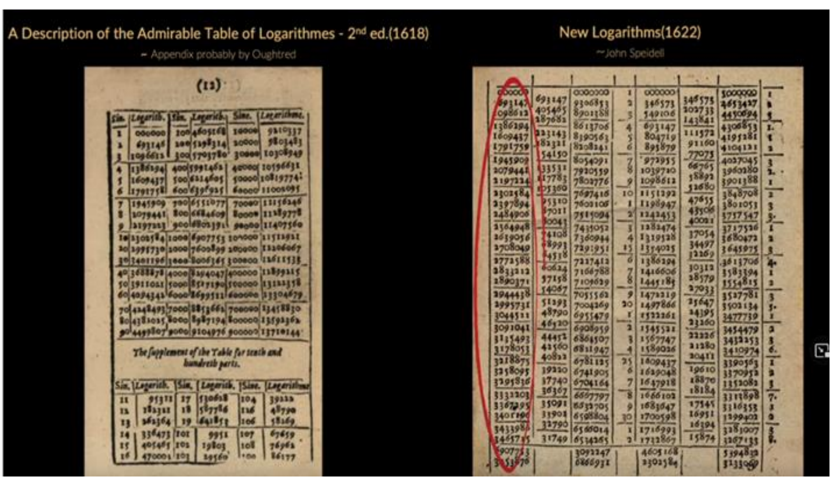
Se observă că progresia geometrică modifică rația ultimelor cifre 0,000001 și 0,000002 (intre 1-2)/ 0,000002 și 0,000003 (intre 2-3), cu cât ne depărtăm de 1,000000, eroarea se mărește. Atât Napier cât și urmașii lui erau conștienți ca există o eroare...

Găsim același rezultat în tabelele cu logaritmi de acum 4 secole: **William Oughtred** (inventatorul riglei de calcul) *Descrierea tabelei admirabile de logaritmi* (1618)- (Fig.4) și **John Speidel** (1600–1634) *Noii Logaritmi* (1622)-)- (Fig.5)

(Fig.4) (Fig.5)







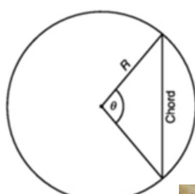
În toate tabelele de calcul avem 2 progresii-*geometrică*, în prima coloană (cu baza ~ 1) și *aritmetică*, în coloana următoare cu rația 1. Aceasta se numește LOGARITM=*logos aritmos*=proporția numărului. Am văzut cum calculele cu numere mari devin mai ușoare folosind proprietățile logaritmului. Aceasta a fost o revoluție- benefică pentru știința din sec XVI, care a ajutat la calculele complexe din astronomie și navigație.

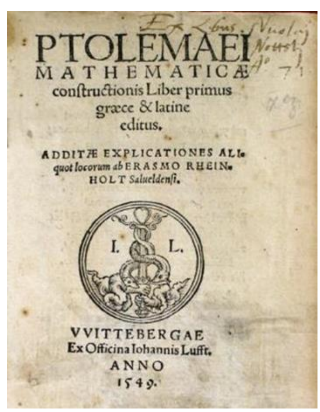
Daca comparăm cele 2 progresii și luam baza celor 2 progresii < 1, ajungem la limita remarcabilă $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = e$, care definește logaritmul natural-neperian, definit complet de Leonhard Euler în 1731. Euler a definit și funcția logaritmică, ca inversa funcției exponențiale.

Tabela logaritmică și trigonometrică

Napier a avut o idee unică, genială sa lege tabelele sale cu logaritmi (calculate de el însuși în 20 de ani) cu tabelele trigonometrice, deja existente. Acestea au fost cunoscute de greci în primele secole. **Ptolemeu** (85-165 A.D.) le-a calculat cu 5 zecimale exacte în celebra sa lucrare *Almagesta.* El a pornit de la unghiul la centru al poligoanelor regulate și a calculat la început coarda întinsă de un unghi de 3 grade.

Coarda=d=2Rsin$\frac{\theta}{2}$





PTOLEMAEI
MATHEMATICAE
constructionis Liber primus
graece & latine
editus.
ADDITAE EXPLICATIONES ALIquot locorum ab ERASMO RHEINHOLT Salueldensi.
I. L.
VVITTEBERGAE
Ex Officina Iohannis Lufft.
ANNO
1549.

Almagesta-în latină, tradusă de

Erasmus Reinhold-1549

Acest unghi rezulta geometric din diferențele unghiurilor la centru al poligoanelor regulate cu 6 laturi (hexagon=60°), 24 laturi (hexagonul se dublează la 12, apoi încă .o data și avem 15°) și pentagonul (72°). Astfel avem 3°=75° (60°+15°)-72°. A aflat apoi, tot prin calcule, corzile întinse de jumătățile de unghi 1.5° și 0.75°- a făcut apoi interpolare și a calculat coarda întinsă de unghiul de un grad! O mare realizare pentru acea vreme. De la un grad a aflat toate unghiurile și jumătățile lor și a întocmit un tabel cu toate unghiurile până la 180 de grade și jumătățile lor(30 minute).

Astfel pentru unghiul de 7° Ptolemeu a calculat coarda întinsă de acest unghi

$$7+\frac{19}{60}+\frac{33}{3600}=7.32583$$

foarte aproape de numărul exact 7,32582, deci o precizie uimitoare!

(Ptolemeu folosea sistemul de numerație hexazecimal, preluat de la babilonieni)

Aceste rezultate remarcabile au fost preluate de arabi, care le-au păstrat și întregit, până în Evul mediu, pe vremea lui Napier.

Fig.1-desenul lui Napier

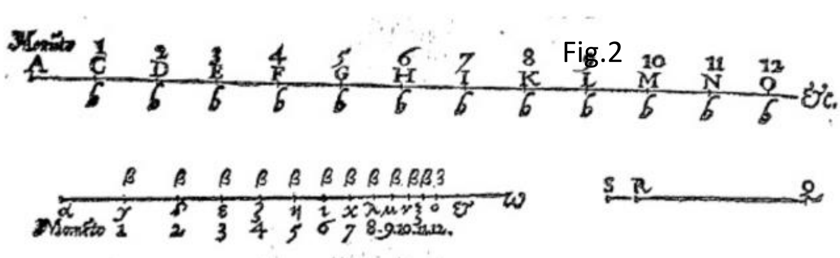
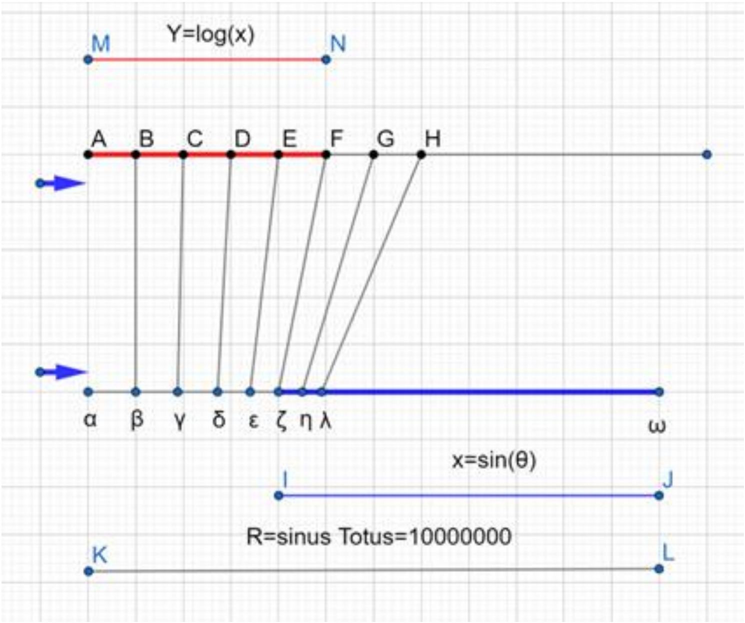


Fig.2



Modelul geometric și cinematic de la care Napier a pornit calculele sale a fost descris și cu alta ocazie. Vom vedea acum legătura dintre mișcarea cinematica și trigonometrie-*sinus totus.*

La fel 2 puncte pornesc din același loc-punctele A și α , cu aceeași viteză în același timp, primul cu viteza uniforma și al doilea cu mișcare încetinită, cu viteza proporțională în fiecare moment cu distanta rămasă ca sa termine cursa (α-ω)

Napier și-a definit distanța neparcursă, rămasă (x) cu ***sinus***, distanța totală cu ***sinus totus***=10^7

și distanța parcursă cu viteza uniformă y=log(x). El a legat valorile x cu numerele din tabelele trigonometrice-sinus(toate mai mici decât 1) și valorile y din tabele sale cu logaritmi, în progresie aritmetică, calculate de el cu progresii geometrice cu baza mai mica decât 1.

Pe axa de jos (α-ω) x=sinus descrește, iar pe axa de sus y=log crește uniform. Astfel:

AB=$y_1 = \log_{nap}(\beta\omega)$ unde $\beta\omega = x_1 = sin\theta_1$

AC=$y_2 = \log_{nap}(\gamma\omega)$ unde $\gamma\omega = x_2 = sin\theta_2$

AD=$y_3 = \log_{nap}(\delta\omega)$ unde $\delta\omega = x_3 = sin\theta_3$

În general x=sin(θ) și y== $\log_{nap}(x)$

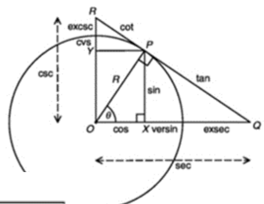
Tabela trigonometrică-sinus avea 5400 de valori (de la 0-90 sunt 90 de valori, apoi fiecare grad este divizat în 60 de minute) și a înmulțit totul cu 10^7 ca sa obțină valori întregi..

$$\left\{10^7 \sin\left(\frac{\theta}{60}\right)^{\circ} : \theta = 0, 1, 2, \ldots, 90 \times 60 = 5400\right\}$$

Valorile sinus le-a pus în prima coloana și a început cu *sinus totus*=10^7

a ales valorile corespunzătoare cu sinus , care se regăsesc în progresia geometrică

$a_{n+1} = a_n(1 - \frac{1}{10^7})$ unde $a_0 = 10^7$



a_n	N=$\log_{nap}(a_n)$	θ
10000000.0000000 (10^7)	0	90°00´
9999999.0000000	1	89°59´
9999998.0000001	2	89°58´
9999997.0000003	3	
9999996.0000006	4	89°57´
9999995.0000010	5	
9999994.0000015	6	
9999993.0000021	7	89°56´
9999992.0000028	8	
9999991.0000036	9	
9999990.0000045	10	
9999989.0000055	11	89°55´

Sa verificam sin(89°57´)=sin(89.95°)=0.9999996

Daca înmulțim cu 10^7 obtinem exact numărul 9999996 din rândul 5=N=4

Rândul 5: unghiul $\boldsymbol{\theta}(89°57')$, numărul lui Napier (4) și sinus (9999996.0000006-din tabele) sunt în relație directă. Napier a găsit după o munca uriașa, toate valorile trigonometrice (sinus) corespunzătoare fiecărui număr- logaritmul, calculat de el cu progresii geometrice.

Sa verificam sin(44°30´)=sin(44.5°)=0.7009093 rândul 1 din tabela lui Napier (Fig.3), comparam cu valoarea exacta 0.70090926, deci 6 zecimale exacte.

Napier a desemnat acestei valori numărul lui Napier (logaritmul) corespunzător 3553767

44

min	Sinus	Logarithmi	+ | − Differentie	logarithmi	Sinus	
30	7009093	3553767	174541	3379226	7132504	30
31	7011167	3550808	168723	3382085	7130465	29
32	7013241	3547851	162905	3384946	7128425	28
33	7015314	3544895	157087	3387808	7126385	27
34	7017387	3541941	151269	3390672	7124344	26
35	7019459	3538989	145451	3393538	7122303	25
36	7021530	3536038	139632	3396406	7120261	24
37	7023601	3533089	133814	3399275	7118218	23
38	7025671	3530142	127996	3402146	7116175	22
39	7027741	3527197	122178	3405019	7114131	21
40	7029810	3524253	116359	3407894	7112086	20
41	7031879	3521311	110541	3410770	7110041	19
42	7033947	3518371	104723	3413648	7107995	18
43	7036014	3515432	98904	3416528	7105949	17
44	7038081	3512495	93086	3419409	7103902	16
45	7040147	3509560	87268	3422292	7101854	15

Prima coloana are unghiurile gradului **44**, din minut în minut, de la 44°30´ la 44°60´ a 2 a, valorile trigonometrice corespunzătoare (sinus), a 3 a, logaritmii lui Napier, a 7 a, a continuat cea de-a doua jumătate de grad (44°1´ – 44°30´), a 6 a coloană, valorile trigonometrice-sinus corespunzătoare, a 5 a logaritmii lui Napier corespunzători, a 4 a (Differentie) este diferența dintre cei 2 logaritmi (Logaritmi–logaritmi)

Deoarece tgα=sinα/cosα= sinα/sin(90° −α)

Aplicam logaritmul log(tgα)=log(sinα) −log(sin(90° −α))= Logaritmi−logaritmi (col.2−col.5)

(3553767−3379226=174541)

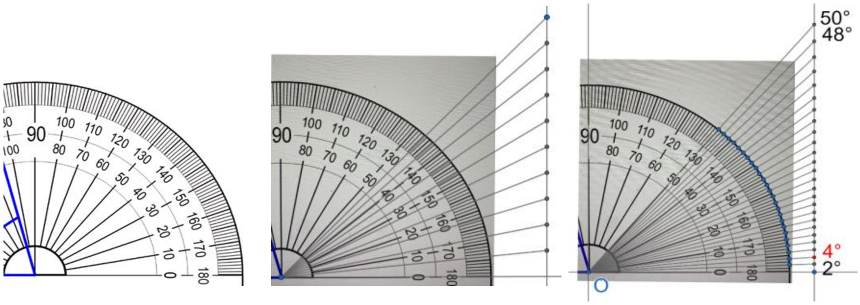
Deci coloana 4-(*Differentie*) este logaritmul tangentei

Prima coloana și ultima prezintă valori complementare, necesare pentru cele 2 funcții sin și cos. (44,31°+44,29°=90°-rândul 2)

Desigur, găsim același concept de interpolare-iterație, pe care l-au folosit pe rând și Bürgi și mai târziu Briggs. Aceasta ingenioasă metodă a introdus valorile trigonometrice exacte, care au fost inserate în tabelele de logaritmi

0	0		0		0		0		0
		2,235,060		67,912		2,064		63	
10	2,235,060		67,912		2,064		63		2
		2,167,148		65,848		2,001		61	
20	4,402,208		133,760		4,065		124		4
		2,033,388		61,783		1,877		57	
30	6,435,596		195,543		5,942		181		6
		1,837,845		55,841		1,696		51	
40	8,273,441		251,384		7,638		232		7
		1,586,461		48,203		1,464		44	
50	9,859,902		299,587		9,102		276		8
		1,286,874		39,101		1,188		36	
60	11,146,776		338,688		10,290		312		9
		948,186		28,811		876		27	
70	12,094,962		367,499		11,166		339		10
		580,687		28,811		537		17	
80	12,675,649		385,144		11,703		356		11
		195,543		5,942		181		6	
90	12,871,192		391,086		11,884		362		12

De ce funcțiile trigonometrice au fost introduse alături de logaritmi? Unde sunt legăturile dintre cele 2 progresii (aritmetica și geometrica), care definesc logaritmii cu funcțiile trigonometrice?

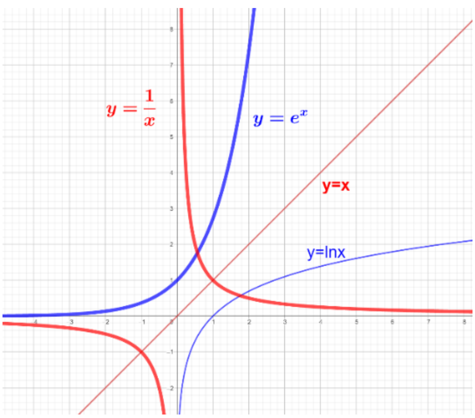


Se observa ca la distanțe **egale** pe verticală (progresie aritmetică) corespund unghiuri **inegale** (mijloc). și la distanțe **egale** pe verticală (progresie aritmetică 2-4-6...50), corespund unghiuri **inegale** (dreapta).

Deși sinx, cosx și tgx nu sunt în progresii geometrice, totuși, la valori cu multe zecimale, Napier și restul după el, le-au inserat printre valorile precise ale logaritmilor și le-au inclus în tabelele lor. Se vede în Fif.2, ca pentru orice distanta neparcursa x, Napier a găsit o valoare sinus (x), pe care a asociat-o cu y din progresia aritmetica, sau logaritmul.

În acest mod, un tabel era complet, având pe lângă logaritmul oricărui număr și toate valorile funcțiilor trigonometrice din grad în grad (sau mai precis din minut în minut)

Hiperbola echilateră și logaritmul



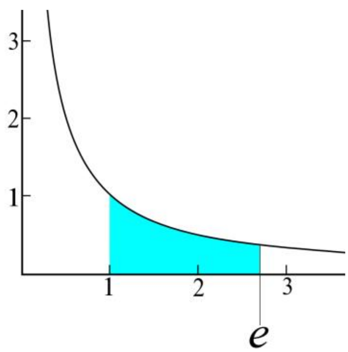
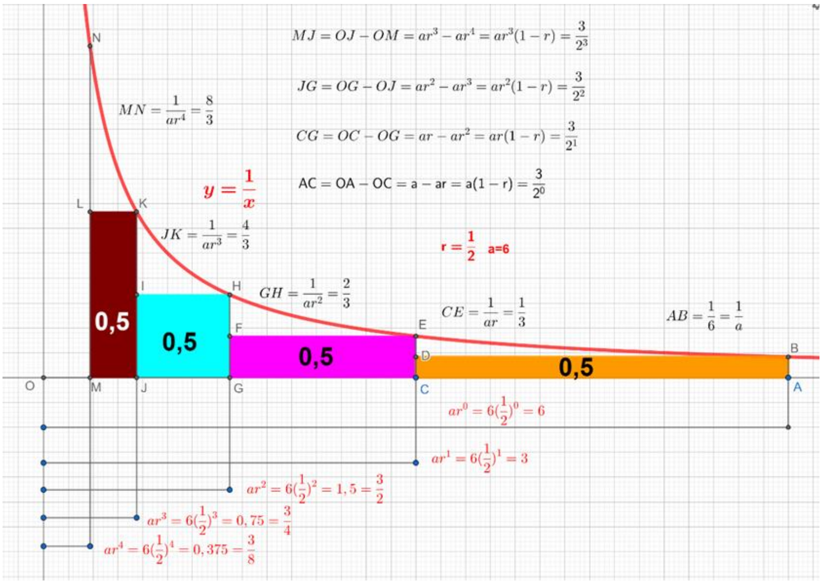


Fig.1 Aria=1

Să începem cu funcțiile elementare y=x, y=$\frac{1}{x}$, și e^x - lnx, care sunt inverse-simetrice față de prima bisectoare y=x. Hiperbola echilateră 1/x este aceeași cu inversa ei-simetrică față de y=x. - Asimptotele hiperbolei sunt semiaxele x,y, ca și pentru e^x și lnx.



Să luam hiperbola y=1/x și segmentele în progresie geometrica a/ar/ $ar^2/ar^3/ar^4/ \ldots ar^n$

OM=3/8=0,375=ar^4

OJ=3/4=0,75= ar^3 JM=OJ-OM= a$r^3 - ar^4 = ar^3(1-r)$

OG=3/2=1,5= ar^2 GJ=OG-OJ= a$r^2 - ar^3 = ar^2(1-r)$

OC=3=ar CG=OC-OG=ar− a$r^2 = ar(1-r)$

OA=6=a AC=OA-OC=a− ar=a(1− r)

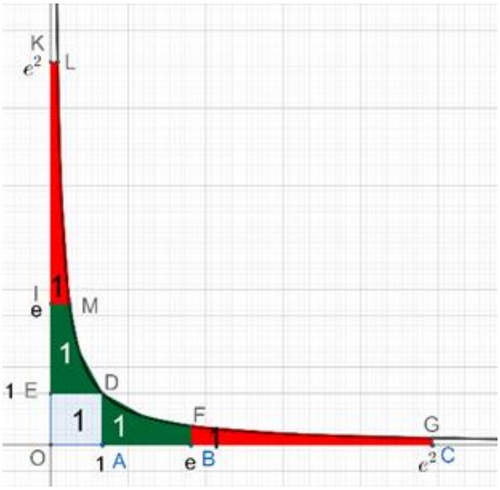
s-a luat a=6=OA și r=1/2

se obțin și coordonatele punctelor A,C,G,J,M pe hiperbola și avem valorile inverse

construim ariile colorate cu lungimile (AC, CG, GJ, JM) și înălțimile (AB, CE, GH, JK) tot în progresie geometrica. Ariile colorate sunt egale (0,5=1−r), deci succesiunea lor formează o progresie aritmetica.

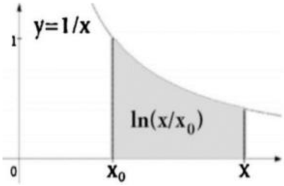
	Lungimea progresie geometrică	Înălțimea progresie geometrică	Aria progresie aritmetică
1	AC= $ar^0(1-r)$	$\frac{1}{ar^0} = AB$	1-r
2	CG= $ar^1(1-r)$	$\frac{1}{ar^1} = CE$	1-r
3	GJ=$ar^2(1-r)$	$\frac{1}{ar^2} = GH$	1-r
4	JM= $ar^3(1-r)$	$\frac{1}{ar^3} = JK$	1-r
n	$ar^n(1-r)$	$\frac{1}{ar^n}$	1-r

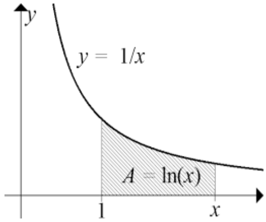
Fig.2



În tabel și în grafic se vede cum hiperbola aduce 2 progresii, aritmetică (arii) și geometrică (lungimi și înălțimi)

Fig.3 Fig.4 Fig.5





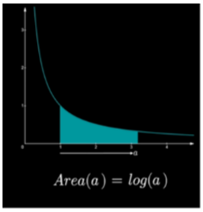
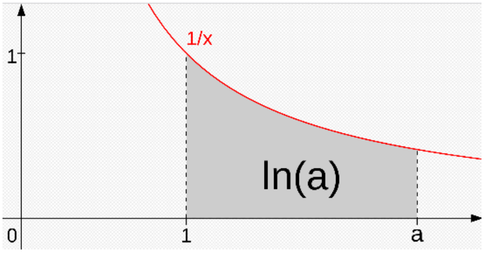


Fig.6



Y=f(x) integrăm pe (x_0, x) $\int_{x_0}^{x} f(x)dx = \int_{x_0}^{x} (\frac{1}{x})dx = lnx - lnx_0 = ln\frac{x}{x_0}$ (Fig.3)

Pentru (1,e) avem Aria=A=lne-ln1=1 (Fig.1)

Pentru (1,x) avem Aria=A=lnx-ln1=lnx (Fig.4,5,6)

Deci logx, sau lnx se definește ca aria de sub hiperbola echilatera pe (1,x)

În (Fig.2) avem 5 arii egale cu unitatea, simetrice față de y=x (2 roșii și 2 verzi, 1 albastră)

Pentru (1,e/A,B) avem Aria ABFD= Aria EDMI= lne-ln1=1

Pentru (e,e^2/B,C) avem Aria BCGF=Aria IMLK =ln$e^2 - lne = 2 - 1 =$ 1=1x1

Pentru (0,1/O,A) avem Aria OADE=1

Daca $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ sau $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ avem ariile egale

Aria ACDB=Aria EGHF=0,4 Avem lungimile și înălțimile în progresie geometrică (Fig.7-10)

$$\frac{AB}{EF} = \frac{CD}{GH} = \frac{EG}{AC} = \frac{2}{1}$$

Fig.7 Fig.8 Fig.9 Fig.10

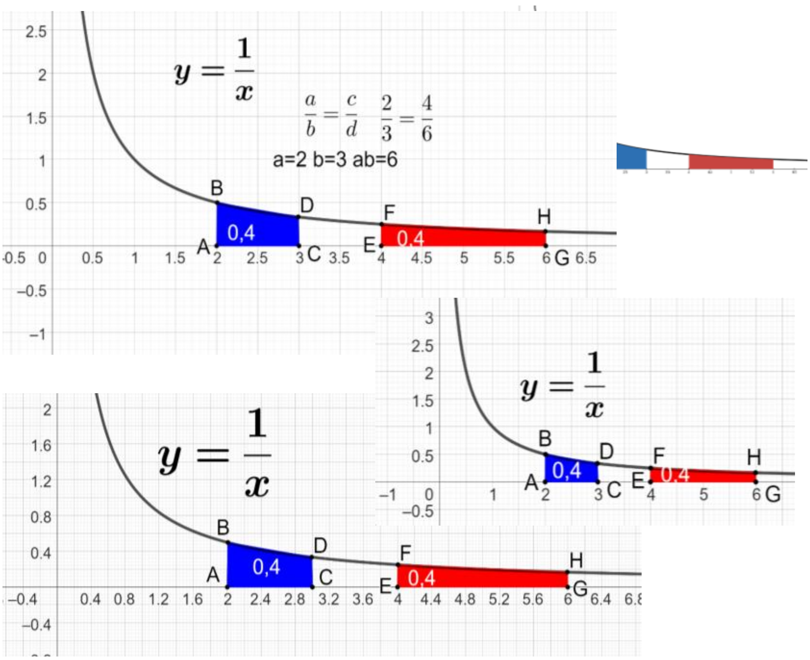
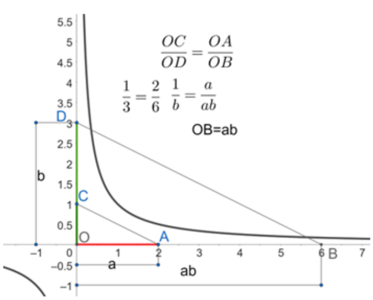
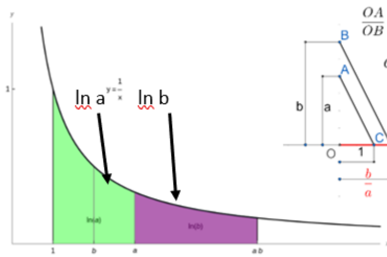
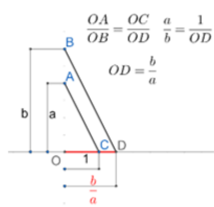


Fig.11 Fig.12 Fig.13







$$\int_1^{ab} f(x)dx = \int_1^{ab} \frac{dx}{x} = \int_1^{a} \frac{dx}{x} + \int_a^{ab} \frac{dx}{x} = \ln a + \int_1^{b} \frac{adu}{au} = \ln a + \int_1^{b} \frac{du}{u} = \ln a + \ln b$$

Am făcut substituția u=x/a, x=au, dx=a du și avem a 2 a integrala=aria violet=ln b

Deci avem formula cunoscută a logaritmului

A(axb)=A(a)+A(b) sau ln(ab)=ln(a)+ln(b)

În Fig.11 am construit geometric segmentul OB=ab=6, unde OA=a=2/OD=b=3/OC=1

În Fig.13 am construit geometric segmentul OD=b/a=3/2, unde OA=a=2/OD=b=3/OC=1

(A(a/b)=A(a)-A(b) sau ln(a/b)=ln(a)-ln(b))

Am văzut ca hiperbola echilatera ascunde sub grafic, aria, care este chiar funcția logaritmica=ln x

Cuadratura hiperbolei a fost o provocare pentru matematicienii din acea vreme**. Pierre de Fermat** (1601-1665), **René Descartes** (1596-1650) și **Blaise Pascal** (1623-1662), toți francezi au încercat să rezolve această problemă.

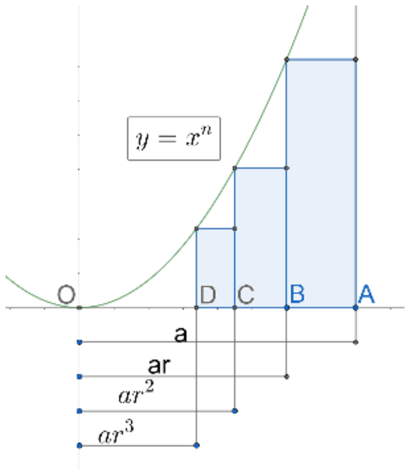


Fermat, în anul 1629, a reușit să afle aria desfășurată de funcția putere y=x^nprin găsirea formulei

$$A(r)=\frac{a^{n+1}(1-r)}{1-r^{n+1}}=\frac{a^{n+1}}{1+r+r^2+\cdots r^n} \quad (1)$$

r-rația progresiei geometrice (r<1), iar a este baza puterii (x^n)

Fermat a urmat același procedeu folosit la hiperbolă. A împărțit aria în dreptunghiuri cu lungimile definite de punctele OA=a, OB=ar, OC=ar^2, $\mathrm{OD} = \mathrm{a}r^3$ ... $\mathrm{a}r^n$ și înălțimile a^n, $(\mathrm{a}r)^n$, $(\mathrm{a}r^2)^n$, $(\mathrm{a}r^3)^n$ ... ..



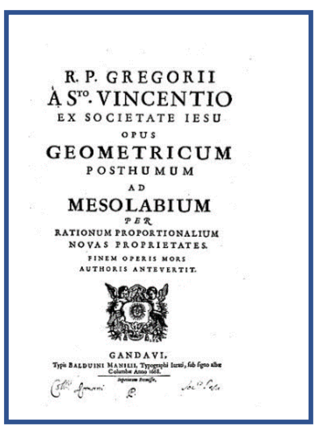
Daca r→ 1, ecuația (1) devine $\quad A=\frac{a^{n+1}}{n=1}=\int_0^a x^n dx$

În cazul hiperbolei, Fermat n-a reușit să afle aria de sub graficul funcției $y=\frac{1}{x}$

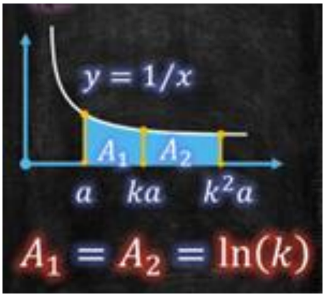
El s-a resemnat cu regretul:

Eu spun că toate hiperbolele infinite, cu excepția celei de la Apolonius (y=1/x), sau a primei dintre ele, le pot fi calculate aria prin metoda progresiei geometrice după o procedură uniformă și generală.

Această remarcabilă proprietate a fost descoperită de către **Gregorius de Saint Vincent** (1584-1667), călugărul belgian iezuit. În 1647 a publicat rezultatele sale de cuadratură a hiperbolei în *Opus Geometricum.Quadraturae Circuli et Sectionum Coni*


R. P. GREGORII
À S^TO. VINCENTIO
EX SOCIETATE IESU
OPUS
GEOMETRICUM
POSTHUMUM
AD
MESOLABIUM
PER
RATIONUM PROPORTIONALIUM
NOVAS PROPRIETATES.
FINEM OPERIS MORS
AUTHORIS ANTEVERTIT.

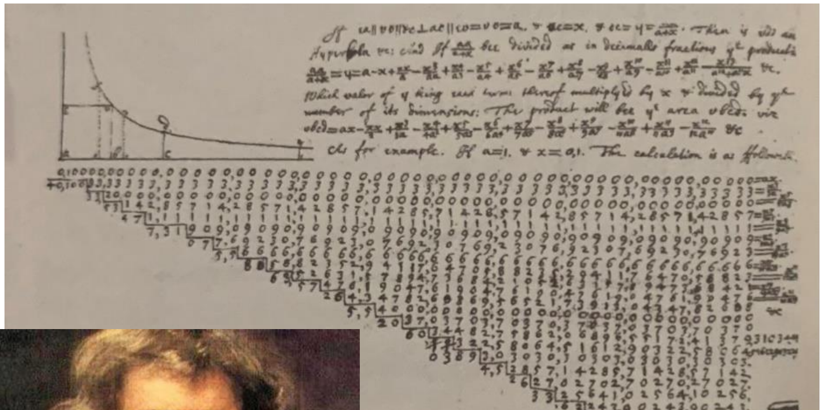
GANDAVI,

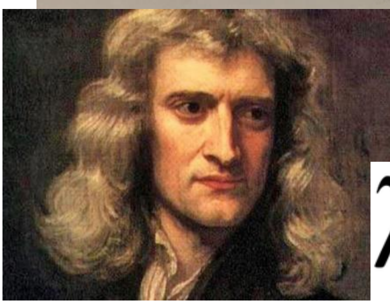


Grégoire de Saint-Vincent, latină: Gregorius a Sancto Vincentio, olandeză: Gregorius van St-Vincent. El este cunoscut pentru munca sa asupra cuadraturii hiperbolei (aria hiperbolei lui Apollonius din Perga) și este considerat descoperitorul logaritmului natural. Parțial, însă, descoperirea logaritmului zecimal și natural este atribuită lui **Alphonse Antonio de Sarasa**, (1618 -1667) elevul său și ulterior coleg.

Gregorius s-a născut la Ghent, Belgia. În 1600 a studiat filosofia la Université de Douai (Franța). În 1605 a devenit iezuit la Roma. La acea vreme era protejatul matematicianului *Christophorus Clavius* (profesor iezuit la Roma) și un admirator entuziast al lui Galileo Galilei. A rămas la Roma până la moartea lui Clavius. Saint-Vincent s-a întors în Flandra în 1612 și a fost hirotonit preot iezuit la 23 martie 1613. A fondat Școala de Matematică din Anvers, a devenit profesor la Anvers (1617-1620) și a predat acolo matematica (1621-1625). În această perioadă și-a scris lucrarea să magistrală (*Opus magnum*), *Opus geometricum quadraturae circuli et sectionum coni*, formată în zece cărți, publicată în 1647. La Anvers a fost tutorele lui *Jean-Charles de la Faille*, un iezuit și matematician flamand. Din septembrie 1625 a rămas la Roma și s-a întors în *Țările de Jos* în 1627. În anul următor a fost trimis la Praga pentru a sluji la curtea împăratului Ferdinand al II-lea (Împăratul Sfântului Imperiu Roman). Acolo a fost sprijinit după un accident vascular cerebral de către asistentul său Theodorus Moretus (un coleg iezuit-matematician). A părăsit Praga când suedezii, protestanți au invadat orașul în 1631. Unele dintre manuscrisele sale s-au pierdut în timpul exodului. Altele i-au fost aduse înapoi de *Rodrigo de Arriaga* în 1641. Din 1632 a trăit cu iezuiții la Ghent ca profesor de matematică.[4]

Cuadratura hiperbolei, a fost studiată și de Nicolaus Mercator (1620-1687), James Gregory (1638 –1675) și **Isaac Newton** (1642 - 1726). În anul 1665, după 18 ani, când Saint Vincent și-a publicat lucrările sale, Newton a calculat aria, sub hiperbolă cu 55 zecimale exacte:





De ce Napier a numit logaritmii ca *proporția numerelor*?

LOGOS mai înseamnă și **măsură, proporție** sau *ratio*-engleză. **Hieraclitus**, 535 BC, a definit *logosul creator* ca *măsură*, căci toate au fost create de un Creator ingenios care a ținut măsurile și proporțiile în opera de creație nemărginită, care întrece orice pricepere. Ca un diamant cu mai multe fețe, care strălucesc pe rând, *Logosul divin* apare mereu mai frumos, mai surprinzător și mai fermecător.

Napier a avut inspirația divina de a lega Logosul-Cuvântul din Ioan 1 cu măsura si proporția cu care Cuvântul-Isus întrupat menține si creează toata creația (Coloseni 1.16)

Gânduri despre logaritmi

De câțiva ani mă tot gândesc la logaritmi și puterea lor misterioasa...faptul ca logos-aritmos înseamnă proporția numărului și logos este proporție, adică putere, adică Cuvântul divin, nu este la întâmplare. O sa încerc sa mă adâncesc în căutările mele...
Cum un număr devine alt număr? Iată o întrebare banală și lipsita de sens. O s-o leg de alta și mai ciudată:

Cum poate un om să devină alt om?

Am văzut în alte scrieri despre măsuri, ca noi ca și indivizi, putem fi definiți ca niște numere pe axa timpului-avem un început, când ne naștem și un sfârșit, când trupul moare, dar spiritual nu avem sfârșit. Este ca o linie dreaptă, care are un început, dar merge la infinit. În adevăr, noi ne naștem dar suntem veșnici, căci sufletul nostru, creat de Dumnezeu merge în veșnicie.
Acum sa revenim la prima întrebare simplă:

Cum numărul 2 poate deveni numărul 3?

Desigur prin câteva operații simple de clase primare
Prin *adunare* 2+x=3, deci x=1
Prin *scădere* 2-x=3, x=-1
Prin *înmulțire* 2(x)=3 deci x=3/2
Prin *împărțire* 2/x=3, deci x=2/3 am epuizat toate operațiile?
Se vede ca mai exista una misterioasă, care se numește PUTERE, cu alte cuvinte
Ridicare la putere sau $2^{?}=3$

Cine, sau ce este această putere, care transforma imediat pe 2 în 3?
Daca știm ceva matematică urmam câteva operații simple

$$2^{?}=3 \quad ?=\log_2 3$$

Vedem ca ?=x=*puterea secretă* care transformă pe 2 în 3 și începem să calculăm

$$?=x=\log_2 3=\frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 2}$$

Deci?=x este un *raport*, o *rație*, o *măsură*, care face o *proporție* unica, acest *logos* al numărului 2, care-l transformă imediat în 3-mergem și mai departe

$$?=x=\log_2 3=\frac{\log_{10} 3}{\log_{10} 2}=\frac{0,4771}{0,301}=1,585$$

Deci am găsit repede cu telefonul și calculatorul misteriosul 1,585, care este PUTEREA numărului 2, ca sa devina numărul 3. În adevăr

$$2^{?}=3 \quad ?=\log_2 3$$

Devine $2^{1,585}=3 \qquad ?=\log_2 3=x=1,585$

Daca generalizam cum x devine y? sau $x^{?}=y$ ajungem la $?=\frac{\log_N x}{\log_N y}$

Acest ? este logos-ul misterios care transformă un număr în alt număr (x în y), și după cum vede este o măsură, un raport, fracție, sau același logos-proporție, care il întâlnim peste tot în jurul nostru, de la atom și molecule, până la modele macro și infinite, la fiecare om și umbra lui, în matematică, de la fracția, măsura banală, la derivate, la tangente, la sinusuri și cosinusuri, apoi la funcții exponențiale și complexe.

Am văzut cum x devine y, dar sa mergem și mai departe, părăsind, pentru puțin matematica elementară...

Aceeași întrebare, pusă altfel: cum poate un om sa devina alt om?

Biblia ne da acest unic răspuns, care se găsește pe fiecare pagina a Cuvântului divin. Răspunsul este unul singur, pentru a deveni oameni noi, trebuie sa ne naștem din nou...cum???

Da, este răspunsul dat de Domnul Isus, Fiul lui Dumnezeu lui Nicodim, un fariseu, care a venit noaptea, cu întrebarea firească, ca și tânărul bogat: *cum pot deveni nou, gata sa intru în Împărăția Cerului*?

Domnul i-a răspuns (Ioan 3,3):

Adevărat, adevărat iți spun, ca dacă un om nu se naște din nou, nu poate vedea Împărăția lui Dumnezeu

Și apoi repetă (Ioan 3,5) :

Adevărat, adevărat iți spun, ca daca un om nu se naște din apa și din Duh, nu poate sa intre în Împărăția lui Dumnezeu.

Deci secretul *nașterii din nou* este singurul mijloc, ca orice om (x) sa poată deveni alt om (Y), transformat, gata să intre în Împărăția

Domnului, adică sa se nască din nou. Prin ce mijloace și cum? așa se întreabă și Nicodim:

(Ioan 3,4) *Nicodim I-a zis Cum se poate naște un om bătrân? Poate el sa intre a doua oară în pântecele maicii lui?* Și mai departe (Ioan 3,9) *Cum se poate face așa ceva*?

Deci Biblia spune că singurul mijloc ca un OM sa intre în Împărăția lui Dumnezeu este sa se nască din apă și din Duh, adică din Cuvântul divin(apa) și cu ajutorul Duhului Sfânt, care lucrează nașterea din nou. Cum? Prin credința sinceră în Domnul, în jertfa Lui de la Golgota, prin acceptarea condiției că orice om este păcătos și singurul mijloc de scăpare (ca sa devina alt om) este credința și pocăința sincera.

Cu alte cuvinte, exprimate matematic:

$eu^{credința\ in\ Dumnezeu}$=OM (născut din nou, gata să intru în Împărăția Cerului)

Se vede că PUTEREA, care mă transforma pe mine în Om, apt pentru Dumnezeu, este credința în Dumnezeu, adica în Dumnezeu Însuși, care este LOGOS

(Ioan 1,1) *La început era Cuvântul, și Cuvântul era Dumnezeu*

(Ioan 1,14) Și Cuvântul s-a făcut trup grecește:

και ο λογος σαρξ εγενετο (kai ho logos sarx egeneto)

Vedem cu logosul divin (Dumnezeu Fiul) s-a făcut trup-*sarx*, adică s-a născut din fecioara Maria, acum 2000 de ani și a fost ca noi oamenii, Fiu al Omului, dar fără păcat. Domnul Isus a avut 2 identități OM perfect, fără păcat dar și Dumnezeu întrupat.

Sa revenim la logaritmi și sa vede ca logosul, transforma pe orice număr în alt număr cu o putere, adică *logaritmul*.

Invenția logaritmului, a fost așa cum am văzut o lucrare divină, o descoperire de Sus către oamenii cucernici, folosiți de Dumnezeu sa ajute la progresul civilizației. Am văzut cum Napier și Bürgi, separat au venit cu idei proprii și au găsit pentru orice număr un logaritm și o funcție trigonometrică. Briggs a preluat mai departe ideile lui Napier și a construit logaritmii în baza 10. La fel, Kepler a preluat ideile lui Bürgi și a construit și el tabele de logaritmi, cu care a calculat

distanta dintre stele și a enunțat legile mișcării planetelor, care i-a inspirat pe Newton și Leibniz să descopere calcul integral, apoi Bernoulli și Euler le-au dus mai departe. Rigla de calcul creată de Edmund Gunter a dus la calcule complexe și făcute ușor, cu câteva adunări și scăderi. Logaritmii au rezolvat probleme grele, pe care nici grecii, nici urmașii lor nu le-au înțeles.
De exemplu **duplicarea cubului** se rezolva ușor prin logaritmi

Se dă un cub de latură a. Se cere construirea, cu rigla și compasul, a unui segment de lungime x, astfel încât cubul cu această latură x să aibă volumul dublu față de cubul inițial. Sau mai simplu Cum găsești un cub cu volum dublu?

Avem ecuația $x^3 = 2a^3$ rezultă x=a$\sqrt[3]{2}$

Pentru a=1, trebuie sa construim segmentul x=$\sqrt[3]{2} = 2^{\frac{1}{3}}$

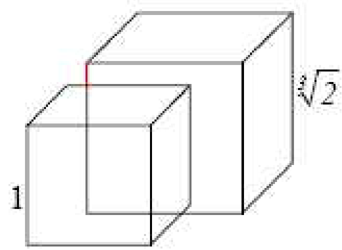
s-o rezolvam cu logaritmi $\log x = \log 2^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}\log 2$ din tabele sau pe telefon

$$\log x = 0{,}333(0{,}301) = 0{,}10034$$

Deci x=$10^{0,10034} = 1{,}259$ (tot din tabele)

Deci am găsit $\sqrt[3]{2} = 1{,}259$

Latura cubului de volum dublu1,259911 nu se poate construi cu rigla și compasul, căci este un număr transcendent ca și π și e (2,718)



Logos-logaritmul și proporțiile

Am relatat în prima parte relația logaritmului cu cele 2 progresii geometrice și aritmetice și le-am văzut în tabelele scrise cu munca uriașă-de zeci de ani de John Napier și urmașii lui.

$$y = n^x$$
$$\log_n y = x$$

progresie geometrică progresie aritmetică

x0,0000001 $\Leftrightarrow$ +0.0000001

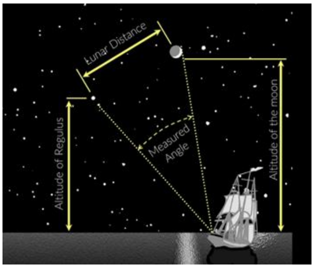
$$\lim_{n\to 0}(1+n) \qquad \lim_{n\to\infty} n$$

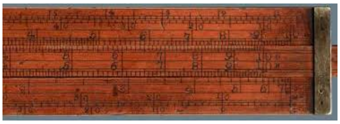
$$(1+n)^n \to e$$

	Progresie Geometrică	logaritm	Progresie Aritmetică
x1.000001	1.999984	693140	+1
x1.000001	1.999986	693141	+1
x1.000001	1.999988	693142	+1
x1.000001	1.999990	693143	+1
x1.000001	1.999992	693144	+1
x1.000001	1.999994	693145	+1
x1.000001	1.999996	693146	+1
x1.000001	1.999998	693147	+1
x1.000001	2.000000	693148	+1

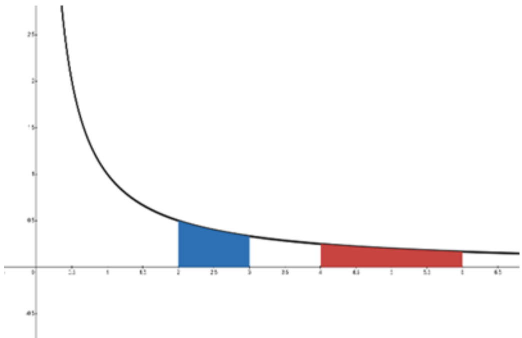
Am revăzut rapid avantajul și forța logaritmului-logosul numărului și impactul pe care l-a avut la dezvoltarea științei. A simplificat calculele laborioase, care nu se puteau face până atunci. Invenția riglei de calcul a avansat calculațiile în toate domeniile.

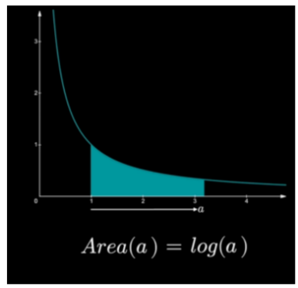
$$\times \to +$$
$$\div \to -$$
$$\sqrt{\ } \to \frac{1}{n}$$





Eu n-am mai folosit-o, am fost cred, prima generație, care a luat avantajul calculatorului de buzunar. Eram la inginerie, în ultimul an-5 și calculam cutia de viteze cu 5 trepte pentru examenul de diplomă, eram în plin comunism, prin 1982 și uitasem cum frații mei mai mari se chinuiau cu rigla de calcul...
...am văzut, mai departe cum misteriosul logaritm apare la hiperbola echilateră-descoperită de greci, dar care n-au știut să-i afle aria.



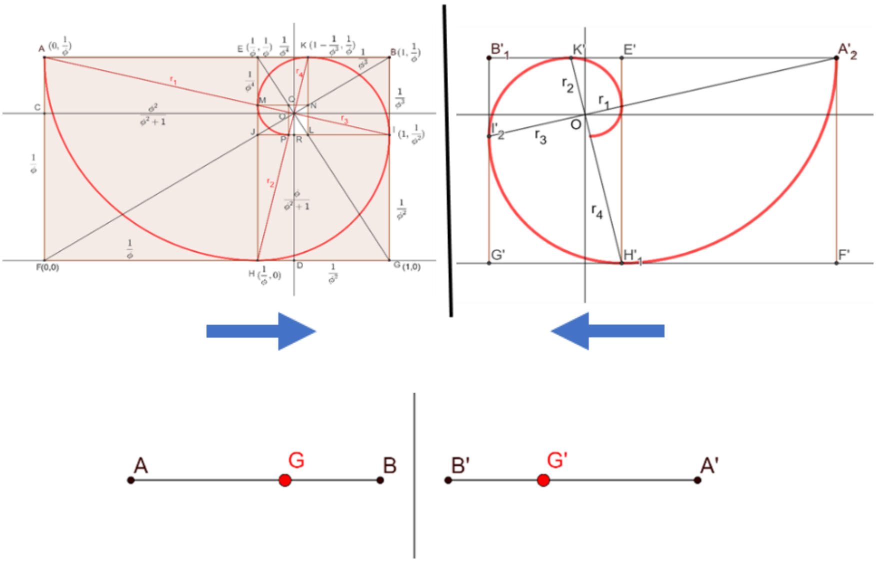


Problema a fost rezolvată de călugării iezuiți, care s-au folosit și de calculele lui Fermat. Am văzut cum progresia geometrică, la laturile dreptunghiului de sub hiperbolă, aduce arii egale, care cresc cu cate o entitate, în progresie aritmetică.
În alte scrieri, am dezvoltat pe larg **spira mirabilis** și proprietățile ei și ecuația găsită de Descartes și studiată mai profund de Jakob Bernoulli, care a gravat-o pe mormânt. Am văzut cum raza spiralei creste-sau scade în progresie geometrică și în același timp se rotește pozitiv (CCW) sau negativ (CW) în progresie aritmetică.
-raza descrește cu rația $\emptyset$ – progresie geometrică

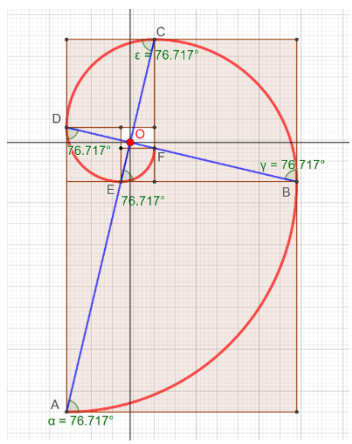
$$\frac{O\ A}{OB} = \frac{OB}{OC} = \frac{OC}{OD} = \frac{OD}{OE} = \frac{OE}{OF} = \emptyset$$

-raza se rotește cu rația 90 grade-progresie aritmetică
OA⊥OB/OB⊥OC/ OC⊥OD/ OD⊥OE/ OE⊥OF

Descartes a numit-o spirala logaritmica, căci ecuația ei are forma exponențială (inversa funcției logaritmice).



Ecuația exponențială



$$x = \mathrm{r}\cos\theta = (\cos\theta) r_0 e^{-m\theta}$$

$$y = \mathrm{r}\sin\theta = (\sin\theta) r_0 e^{-m\theta}$$

$$z = z_0 e^{-m\theta}$$

În toate exemplele am găsit progresii, care cresc sau descresc cu o rație constantă, deci am găsit proporția, sau logaritmul, adică logosul, care definește Cuvântul divin, dar și proporția, măsura, care ne înconjoară și ne definește ca oameni, care cugetăm, *cogito, ergo sum*, cum a zis Descartes.

Logaritmii și istoria lor este impresionantă, ca și spirala, descoperită, tot prin revelație, de oameni cucernici, care s-au plecat la inspirația divină. Am amintit numai câțiva, Napier, Saint Vincent, Descartes, Kepler, Newton, Leibniz, Bernoulli, Euler Gauss și șirul merge la nesfârșit, ca în Biblie, când se vorbește despre oamenii credinței în Evrei 11,1-2:

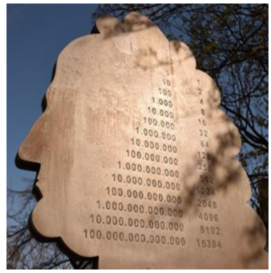
*Și **credința** (G4102=πιστις-pistis) este o **încredere** (G5287=ὑπόστασις-hipostasis)neclintita în lucrurile nădăjduite, o puternică **încredințare** (G1650=ελεγχος-eleghos=evidență) despre lucrurile care nu se vad.*

*Prin **credință** (pistis) pricepem că lumea a fost făcută prin **Cuvântul** (G4487-* ῥῆμα-rema) *lui Dumnezeu, așa că tot ce se vede n-a fost făcut din lucruri care se văd.*

Observăm în textul grecesc de 3 ori cuvântul credință (sub diferite forme) în lucruri care nu se vad. Ajungem și noi, după atâtea incursiuni în istoria adevărurilor matematice, la aceeași concluzie. Trebuie să credem în existenta l**ogos**-ului divin, care nu se vede, dar îl acceptam prin credință, ca **rema**-cuvântul specific pentru noi și îi studiem efectele. Se vede intervalul infinit mic, se vad fluxiunile lui Newton și diferența dx introdusă de Leibniz? Se văd gândurile noastre? Totuşi ce mare importanță au, atât în calculele matematice, dar și la nivelul spiritual, al gândurilor.

UNUL

Am văzut în istoria logaritmilor puterea lui UNU=1, la Napier, Burgi și Briggs, care rămân în istorie ca deschizători de drumuri, încă neștiute acum 5 secole. Toți au pornit de la diviziunile lui 1, în zeci de mii de intervale, infinit mici, ca și Leibniz și Newton, care au urmat după ei. Briggs, ultimul, s-a oprit la baza 10, dar a pornit tot de la tabelele celor 2, Napier (baza=$1-\frac{1}{10^7}=1-0.0000001$) și Bürgi (baza=$1+\frac{1}{10^4}=1+0.0001$).
Ce univers poate ieși din 1 și diviziunile lui, în spațiile infinit mici, unele sunt în progresie aritmetică, altele în progresie geometrică!
Luându-le împreună, obținem logaritmii, care sunt direct legați de creșterea sau descreșterea celor 2 progresii. La fel am văzut și proprietățile spiralei logaritmice-*spira mirabilis*, care creste-descrește armonic, aritmetic și geometric.
UNUL este unic și are puteri infinite, la fel cum, din împărțirea cercului unitar (R=1) s-au născut funcțiile trigonometrice sin(x) și cos(x), care sunt limitate de același 1 și cresc și descresc pe cercul trigonometric. Surorile lor mai mari, hiperbolice, urmează același model și merg mai departe în spațiul complex, cu același cerc unitar și ecuația magica $\boldsymbol{e^z=1}$
studiată de Gauss. În 1796, la 19 ani, Gauss a dat formula poligonului regulat cu 17 laturi, o revelație pentru lumea matematicii, căci de la greci până la el, nimeni nu reușise sa atingă aceasta culme...seriile Fourier au completat galeria cunoașterii și definesc orice funcție ca suma de oscilații trigonometrice, periodice, infinit mici, care modelează orice contur bi-dimensional, chiar se poate extinde în spațiu, și aduce inovații în 3D-printing. Am uitat aplicațiile în planul complex, circuitele integrate, care definesc lumea digitala.
Ne întoarcem în timp cu câteva secole, la **Leibniz**, inventatorul mașinilor de calcul mecanice avansate și calculul binar.

Informatica virtuala-digitala gravitează în jurul nostru, cu aceeași logica, trece (1) și nu trece (0), ca și simbolistica de milenii-alb-negru, Ying și Yang.

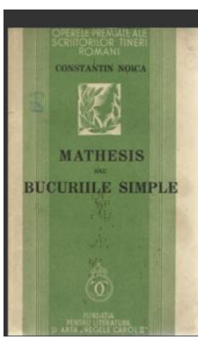
Totul se reduce la UNU, așa cum spunea Domnul la tânărul bogat Luca 18,22

*Îți mai lipseste **un** lucru-* în original Ἔτι **ἕν** σοι λείπει

eti **hen** soi leipei) -încă UNUL ție lipsește

Cine este UNUL Acesta? ...acest misterios UNU, care ne înconjoară și trăim cu el zilnic? Cine este 1, care pus în față, alături de 000000 dau valoarea uriașă de 1000000?

Iată câteva gânduri, surprinse sumar de 2 mari gânditori ai neamului nostru, unul filozof ortodox, **Constantin Noica** (1909-1987), al 2 lea, un teolog evanghelic, care a studiat Marea Piramidă și legătura ei cu Scriptura, **Vasilică Moisescu** (1905-1985)


„Nimic nu dispare, totul se intoarce la unu...Toate sunt in unu și unu este peste tot"

Ca și Damascius, Noica il vede pe unu peste tot, unu este felul de a fi al lui Dumnezeu și al lucrurilor, fără el n-ar fi lumea(una) și calculul. Ordonarea, schematizarea, cultura științei folosește unitatea, unificarea, pe unu, unu meritând elogiat. În istorie lucrurile care se sfârșesc, ne sfârșesc, evitarea sfârșirii este a sta, a sta pe loc, a redeveni unu, a nu te cheltui, de exemplu prin acte gratuite din care știm că nu obținem nimic, activând pur și simplu, ca și cum am obține ceva, dar știm că nu obținem. Sau marile probleme, precum moartea universului (pp. 56-57, 62-63, 69-70), prin care mă trag din curgerea istoriei, un răgaz de contemplare a unității universului ce va avea și un sfârșit. Unul definitiv sau pentru încă un inceput. Încă unul.

„Să vorbești despre ceva, fără ceva"

Să acționăm ca și cum am obține ceva, un act pur, să vorbim despre

Noica-despre 1 (Text scris de Radu Mihai. Constantin Noica, *Mathesis sau bucuriile simple*, ediția a II-a, Humanitas, București, 1992)
Ca și Damascius, Noica îl vede pe unu peste tot, unul este felul de a fi al lui Dumnezeu și al lucrurilor, fără el n-ar fi lumea(una) și calculul. Ordonarea, schematizarea, cultura științei folosește unitatea, unificarea, pe unu, unu meritând elogiat. În istorie lucruri care se sfârșesc, ne sfârșesc, evitarea sfârșirii este a sta, a sta pe loc, a redeveni unu, a nu te cheltui, de exemplu prin acte gratuite din care știm că nu obținem nimic, activând pur și simplu, ca și simplu. cum am obținut ceva, dar știm că nu obținem. Sau marile probleme, precum moartea universului (pp. 56-57, 62-63, 69-70), prin care mă trag din curgerea istoriei, un răgaz de contemplare a unității universului ce va avea și un sfârșit. Unul definitiv sau pentru încă un început. Încă unul.

Gânduri din Mathesis

Despre Dumnezeu

Fie, de pildă: $—2ab$ x $3a$. Efectuând acest produs, obținem: $\_6a^2b$. Am găsit așadar rezultatul. Putem pleca mai departe. Dar de ce să plecăm mai departe? Graba noastră în toate este cu desăvârșire necritică. Ar trebui să vedem dacă nu e ceva de câștigat şi din întârzieri. Mai întâi, să cercetăm mai cu grijă cum am ajuns la acest rezultat. Am avut de înmulțit două expresii algebrice simple, două monoame. Deschid un tratat gros de algebră şi citesc: „Ca două înmulțim 2 monoame, înmulțim coeficienții, scriem o dată fiecare literă și îi dăm de exponent suma exponenților ce a avut ea în monoamele date." E adevărat că, dacă urmez pas cu pas regula, ajung la rezultatul de mai sus. Dar regula aceasta nu pare mulțumitoare.
„Ca sa înmulțim două monoame, înmulțim numai coeficienții? Restul nu se înmulțește, se scrie într-un fel anumit, numai? Regula aceasta pare într-adevăr mai mult un fel de a scrie rezultatul decât de a opera. Și noi am voi să știm, în primul rând, cum operăm.
E iarăși adevărat că, de multe ori în algebră a opera se reduce la a scrie. Căci, de pildă, a efectua înmulțirea dintre *a* și *b* înseamnă a

scrie *ab*. Dar, dacă n-am făcut să scriem, atunci nu s-a, întâmplat propriu zis nimic. Scriu *a* x *b* sau *ab*, cu conștiința că n-am făcut nimic efectiv. Atunci, când se operează cu adevărat? Matematicile au un răspuns sigur la această întrebare: când e vorba de cantități de același fel. Iată 2 și 3 sânt de același fel, fac parte din aceeași familie restrânsă, familia aritmetică și anume din seria obișnuită a numerelor aritmetice. A înmulți pe 2 cu 3 nu este un simplu fel de a scrie, ci un adevărat fel de a opera, căci obținem 6. La fel, înmulți pe a cu a nu înseamnă a scrie un *a* alături de celălalt, ci a calcula, în adevăr, obținând *a* la puterea a doua.

Bineînțeles că cineva ar putea spune : a^2 e un fe de a scrie a x a. Dar face o metaforă, nu spune un adevăr riguros. Căci pentru a obține a^2 am făcut un adevărat calcul: am adunat 1 + 1, exponenții fiecărui a, ca să obţin exponen-tui tui a^2. Deci am făcut ceva, am calculat, n-am scris pur și simplu, n-am suprimat doar un semn

De unde rezultă că nu se operează efectiv decât elemente de același fel, din aceeași familie, așadar pentru a obține efectiv, nu literal, -6a^2*b*, am înmulțit elementele de același fel din expresiile: -2*ab* și 3*a*. Am înmulțit, mai întâi, semnul: minus, al coeficientului primei expresii, înmulțit cu plus, de la coeficientul celei de a 2 a dat, după regula semnelor, minus; 2 înmulțit cu 3 a dat, după tabla înmulțirii, 6; a din prima expresie înmulțit cu a din a doua, făcând parte din aceeași familie algebrică a lui a, dat, conform regulii de înmulțire a puterilor aceleiași câtimi rezultatul de a^2 La rândul său, *b* din prima expresie ...Dar ce face *b*?

În tratatul meu cel gros de algebră autorul se grăbea să spună: *b* rămâne neschimbat. Dar ce sens are să rămână neschimbat? Noi suntem acum în plină operație. Expresiile -2*a* și 3*a* sânt în mișcare. Am văzut că, pentru ca ele să fie în mișcare, elementele lor trebuie să fie în mișcare. În expresia -2*ab*, minus se mișcă, 2 se mișcă, a se mișcă. Prin ce miracol să rămână 3 neschimbat? Cum se poate ca totul să se deplaseze prin deplasarea părților și o parte totuși să nu se deplaseze? Cum se poate ca toată expresia -2*ab* să sufere o dilatație, fără ca un element -al ei să se dilate? Că, atunci când scriem rezultatul, b se scrie ca și cum nu s-ar fi mișcat, asta e altceva. Dar cu adevărat nu s-a întâmplat nimic cu el? Să judecăm. Elementul *b* se găsește în expresia -2*ab* și lipsește în expresia 3*a*,-cel puțin nu se găsește acolo sub o forma explicită. Nu s-ar putea totuși sa existe ceva din familia lui b în expresia 3*a*? Ar fi necesar în orice caz, căci altfel s-ar condamna la imobilitate și ar fi inoperant, în timp ce noi operam totuși cu el. Aceste ființe vi care sunt expresiile algebrice, mișcătoare, schimbătoare, creatoare, cum pot ele purta un os mort în ființa lor? Ni se pare, atunci, că 3*a* trebuie să conțină un fel de *b* în el. Iar acest b trebuie să fie de așa natură, încât înmulțit cu *b*, din expresia —2*ab*, să dea tot *b*. Așadar. trebuie fie un factor de efect nul. Dar cine cunoaște alt factor de efect nul, în universul algebric, decât ***unu*** ? **Unu** este atunci un fel de b, care se găsește în 3*a*. Ca să obținem -6a^2b din produsul lui —2ab cu 3a, trebuie să recunoaștem că 3*a*, în mod explicit, se scrie 3*a*1, în care 1 este un fel de *b*. Altfel nu operăm complet. Altfel scriem numai.

Atunci **unu** este un fel de a fi ,al lui b. E din familia acestuia. Și lucrul este mai clar dacă îl verific printr-o împărțire oarecare. De pildă, a : b=a -$\frac{1}{b}$. Iată-l sus, felul acela ai lui b. Da, **unu** este un fel de a fi al lui b. Dar nu este **unu**, în aceeași măsură, un fel de a lui a? Nu este el, de asemenea, un fel -de a fi nu este el, un fel de a fi a lui x? Și nu este el un fel de a fi al tuturor lucrurilor algebrice?

De unde: ***unu*** *este fel de a fi al tuturor numerelor algebrice, atunci când ele nu sânt.*

Aceasta este presupoziția algebrei. Altfel ea nu operează, ci doar notează, scrie.

Așadar, pentru a fi posibilă algebra adevărată, cea operatorie, trebuie consemnat faptul că fiecare cantitate algebrică este prezentă în tot locul. Acolo unde se găsește o singură cantitate, ea le trage după sine pe toate celelalte. De pildă, *a* nu stă singur: el duce după sine o infinitate de **unuri**, fiecare însemnând câte un lucru algebric particular. Deci *a* ar trebui să se scrie:

a1111111...

Fiecare lucru poartă cu sine toată lumea. În sensul acesta, nu facem doar să scriem, atunci când înmulțim pe *a* cu *b*. Căci *b* e în <u>a</u> şi a e în b. Avem: *a* 1 x 1*b*. Așa că, la drept vorbind, algebra nu scrie niciodată, ci operează întotdeauna.

Cum? Prin **unu**. Dacă n-ar fi **unu**, câteodată lucrurile ar trebui să stea pe loc. Crede cineva că într-o operație, poate să stea un singur lucru, măcar, pe loc? Nimic nu stă, totul se mișcă prin **unu**.

Dacă un lucru nu este, **unu** este încă şi cu el toată lumea. Nimic nu dispare, totul se întoarce la **unu**. El este a, ele b şi tot el z. El este alfa şi omega. O lume întreagă e în el, toată lumea cantităților e în el. Căci toate sunt în **unu**, şi **unu** este peste tot.

E neîncetat nou, căci este când din familia lui *a*, când dintr-a lui *b*, când dintr-a lui *z*. Și e totuși același. **Unule** nou, **unule** mereu același, **unule** din ce în ce mai mare, dar mereu egal cu tine însuți, cum nu te-au adorat mai mult geometrii până acum?

Fără, el calculul n-ar fi fost cu putință. Ce înțeles ar avea lumea și cantitățile, dacă n-ar exista un **unu** care să le pună în mișcare, pentru ca apoi tot el să le adune pe toate la un loc?

Ar trebui să ne oprim cu toții din calculele noastre grăbite și să cântăm. Să cântăm pentru gloria marelui, nemișcatului. Toate curg, el nu curge. Toate încep, el era. Toate sfârșesc, el va fi.

Câteodată se ascunde ochilor. Dar nu e departe. Fiecare calcul pe el îi conține. Fiecare numărătoare pe el îl numără. Lucrurile nu sunt ele însele decât datorită sie: $a \times 1 = a$. Dacă n-ar fi el, a n-ar mai fi *a*. Toată lumea s-ar altera. Căci toate sunt în el. Seamănă cu suferința lui Osiris risipit în lume, care vrea să se reîntregească. Pare strigătul lui Dionysos, care-și cheamă părțile plutind pe ape. Nu spun că e Dumnezeu. Ce ar căuta Dumnezeu în: $—2ab \times 3a$? Dar seamănă cu el. Spun că, dacă Dumnezeu este, el nu poate fi într-alt fel. Nu, **unu** nu este Dumnezeu. Dar este felul lui de a fi. Într-alt fel nu înțeleg lumea. Căci așa este făcut gândul meu, atâta lumină stă în mine.

Dacă ceilalți îl înțeleg cu inima pe Dumnezeu, cu atât mai bine. Fericiți cei ce pot vedea dintr-o dată lucrurile, fericiți cei care le văd din treacăt, din mers. Eu trebuie să mă opresc pentru a vedea ceva. De altfel, mi se pare că şi vedem alte lucruri.

Ceilalți cunosc existența lui Dumnezeu, au o prezență, un suflu, în goana lor către el. Vocile lăuntrice sunt dovezi pentru ceva care este. Aci, în schimb, nu e nici o dovadă. N-am înmulțit pe *a* cu *b* ca să arăt că Dumnezeu există. Ci am înmulțit pe *a* cu *b* ca să arăt că, *dacă* Dumnezeu ar exista, el ar trebui să fie așa.

Adică, să fie așa cum îl pun eu. Când mi-am făcut algebra mea, l-am pus întâi pe ***unu***. Nu cred în algebra mea, nu spun că e adevărată. Dar. dacă ea are vreun înțeles, atunci ***unul*** este singurul ei dătător de înțeles. Tot așa îl pun și pe Dumnezeu. *Să-ți faci ție un idol drept*, mi-am zis, şi mi-am făcut atunci ca idol pe Dumnezeu. Nu cred în lume, nu spun nici despre ea că este adevărată. Dar, dacă o gândesc uneori, n-o pot gândi decât așa: cu Dumnezeu, acolo, la începutul ei, cu Dumnezeu, aci, la prefacerea ei. Iar dacă pe lumea aceasta o pândește sfârșitul, mi-e frică să nu se piardă lucrurile din ea unul câte unul, atunci voi spune că, dincolo de ori-ce pierdere, există un „apoi". Sunt zilele nu ziua-de apoi. Şi *a* sfârșea, şi *z* sfârșea. Dar unul era felul lor de a fi atunci când ele nu mai erau. Tot așa, la sfârșitul fiecărei părți din lume și a al lumii întregi stă veșnicia lui Dumnezeu.

Când văd lumea, o văd ca și cum ea ar fi. Când n-o mai văd, mi se pare că ea este încă, în Dumnezeu. Iar Dumnezeu el este ca şi cum cu adevărat ar fi.

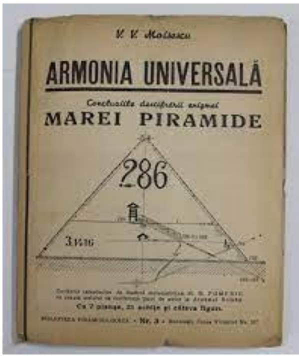
Din:

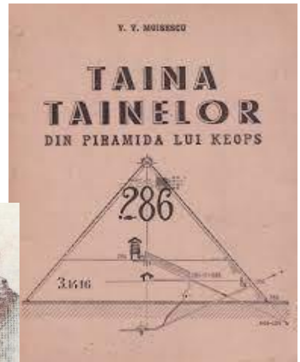
MATHESIS SAU BUCURIILE SIMPLE

Ediția a doua

Comentarii Noica afirma prin calcule algebrice elementare ca 1 este în toate numerele, ascuns în ele căci orice număr N=Nx1, sau mai putem scrie N=1+1+1+....1 (de N ori), deci oriunde mergem pe axa numerelor, îl găsim pe 1. Putem extinde și la fracții și la toate numerele, mai puțin cele imaginare, care sunt în planul complex. Gândurile merg departe și putem face speculații, dar putem spune ca orice număr definește o ființă, care la fel poarta în ea o asemănare divina, caci suntem făcuți asemenea Lui Gen. 1.26-27.

gânduri despre UNUL, Cel care apare în Scripturi din prima până în ultima pagină
Vasilică Moisescu (1905-1985)



Din **Armonia Universală**
Doar UNUL e necesar (pag. 98)
Sunt o mulțime de noțiuni biblice, (în legătură cu mărturia) la cea mai simplă a celui mântuit: Eu UNA știu: *Că eram orb și acum văd*.
Cuvintele Domnului de la Luca 10,42 se traduc binișor așa: *UN SINGUR lucru e necesar*, sau mai exact *De UNUL este nevoie*, de 111. Cel unit cu Domnul ajunge același duh cu El (1 Cor. 6.17).
Toate aceste porunci le-am ținut din tinerețea mea. Ce-mi mai lipsește? (Mat. 19.20) Răspunsul nu putea fi decât la UNUL, altminteri rămâi la 666.
Tânărul bogat, din punct de vedere religios, nu călcase nicio poruncă a decalogului, dar nu le depășise, acesta era răul lui. Privit însă în lumina predicii de pe munte, el călcase prima poruncă. Se închina la EUL său, făcuse din sine centrul a toate. În consecință, el călca mereu cele 613 porunci ale indivizibilei legi mozaice. Deveni sinucigaș prin faptul că se sufoca cu bunuri materiale, nu ținea sabatul nou testamental, căci sufletul lui n-avea odihnă, curvea cu zei străini, în

special cu zeul bogățiilor, jertfele lui au ajuns o uriciune (Is. 1.13), circumcizia, necircumcizie (Rom. 2.25). Altfel nu putea pricepe pe Domnul ca singura comoară, nu-L putea urma pe El, marele Sărac de buna voie, neavând nimic, având totuși toate ((2 Cor. 6.10)

UNUL este independent de alte numere și indivizibil, fiindcă nu este compus din altele. Dimpotrivă el este izvorul lor. Dumnezeu la început (Geneza 1,1), Dumnezeu la centru, Dumnezeu la sfârșit, așa se descifrează trinitatea lui 111, cu cele 3 unuri, valoarea numerica a Numerelor Alfa și Mister-Transcendent. (Misterele Unității-pag. 97).

Dumnezeu suprem e totul în UNUL și UNUL în toate., caci plenitudinea totului e în Unitate. Iehova Cel veșnic e UNUL și Numele Său e UNUL (Cabala).

Numărul e principiul cel mai înalt. Una dintre cele 111 Numiri ale Domnului Isus e și Principiu (Arhe), Începătorul, Cel ce e întâi, în frunte, Principe...privind la Isus Începătorul și Desăvârșitorul credinței noastre (Evrei 12.2).

Eu sunt Primul și la fel și Ultimul (Is. 48.12), Alfa (111) și Omega (Apoc. 1.8). Dumnezeirea în ebraica este Elohim, un plural-singular, o unitate colectivă. Individualitatea unitară este izvorul multiplicității. *Din multiplicitatea lucrurilor provine UNUL, iar din UNUL multiplicitatea* (Heraclit din Efes). Primul, zice Zoharul, e izvorul oricărei lumini, Principiul oricărei înțelepciuni și nu poate fi definit decât prin unitate (Ad. Frank *La Cabale*)

Monoteismul nu a putut fi păstrat de popoarele care s-au uitat retrospectiv mai mult la exuberanța naturii decât introspectiv la unitatea sufletului omenesc. Ca să educe pe poporul Său, rezervat unei alese misiuni, Dumnezeu l-a purtat prin pustiuri, ca sa-l dezvețe de privirea formelor multiple, de idolii Egiptului. EL e *marea monadă*, propovăduită de Pitagora. Esența Ființei necreate este Unitatea. El e Cel indivizibil., Cel neschimbat, Cel veșnic. UNUL este singuraticul care totuși este omniprezent, ca centrul totului, din care toate numerele ies ca raze, într-un cuvânt El este infinitul. Unitatea înmulțită cu sine dă tot UNU, fiindcă nu poate ieși din ea însăși (St. Martin). E întotdeauna aceeași, neschimbătoare (Evrei 13.8). Este un Dumnezeu care comandă toate, mereu UNUL, totdeauna singur, imobil, asemenea Sieși și diferind de restul tuturor lucrurilor (Philolaus). Eugene Grebaut a tradus un imn către Amon-Ra, dintr-un

papirus al muzeului din Bulaq, cu o invocație către *Unul unic, care e fără al doilea.*
Grecii inițiați în misterii...numeau Monogeneses=Unicul, Cel nevăzut, cu neputință de a fi închipuit în icoane. El e cel mai mare dintre zei, e Fiul Unic al lui Dumnezeu Tatăl (Ioan 3.16). *Eu și Tatăl nu suntem decât UNA* (Ioan 10.30) . *Trei sunt care mărturisesc în cer Tatăl, Cuvântul și Duhul Sfânt și acești trei UNA sunt* (1 Ioan 5.7)
Deseori în VT este menționată Triunitatea Gen. 1.2, Ps. 2.12. Unicitatea elimină un noian de superstiții păgânești și rezolva probleme grave ale spiritului nostru.
Câteva exemple
Fapte 4.12 *În niciun alt nume nu e dat oamenilor sa fie mântuiți, decât în numele lui Isus*. Acest Nume salvator este traducerea cuvintelor ebraice Cel veșnic este Mântuitorul.
1 Tim. 2.5 *este UN SINGUR Dumnezeu și Un SINGUR Mijlocitor între Dumnezeu și oameni Omul Isus Hristos*. Nimeni nu pune avocat la avocat ci are relații directe cu avocatul lui.
Marcu 2.10 *Eu UNA știu, că eram orb, dar acum văd.*
Luca 4.8 *Este scris să adori pe Domnul Dumnezeul tău și numai Lui să-i aduci cult*. Acest verset rezolva din temelie problema idolatriei de toate felurile.
Unitatea ca CERC (pag. 117)
E de nespusă însemnătate admiterea principiului unității, ca el să intervină la rezolvarea problemelor pe toate tărâmurile. Misteriile păstrau UNITATEA drept ultima revelație. În inițierile lor găsim urme ale credinței de la obârșie într-un Dumnezeu unic, dar aceste muribunde pâlpâiri cu multă teamă erau împărtășite doar la câțiva deprinși din gloata idolatră. ... Evoluția lucrând la anularea treptată a limitărilor, înseamnă întoarcerea treptată la divina Unitate, la lumina albă, care nu e diferențiată în culori, ci este sinteza întregii game. Ea nu poate fi de nicio nuanță sectară. Sa fim deci cum este El!.
Piramida este ca un spectroscop care traduce toate razele de la diferitele științe și le reflectă spre 111, focarul alb, tripla unitate a ultimului mister, ce dezleagă pe toate.
Pitagora spunea că *marea Monada* conține pe toate cele mici și că toate numerele țâșnesc din marea Unitate în mișcare. De aceea Cel veșnic, în limbajul templelor era închipuit printr-un cerc, sau printr-

un șarpe ce-și apuca cu gura coada. Acest simbol închipuia infinitul, care, mișcându-se prin sine însuși, se determină și produce toate numerele conținute în absoluta lui unitate, cârmuindu-le într-o perfectă armonie.

Putem socoti numerele ca diviziuni ale unității de cel mai mare grad, ce le cuprinde pe toate, ca un cerc cu infinite sectoare. Cercul este unul, însă împărțindu-l și subîmpărțindu-l, îi fragmentăm fără încetare unitatea. În jurul centrului zero ne putem închipui cercuri din ce în ce mai mici, care se pot divide fiecare în 7 sectoare și mai departe la infinit. Cercurile cele mai mari sunt de kilometri, sunt totuși concentrice cu cele infinit mici. Subdiviziunile lor, sa zicem de milionime de grad, se prelungesc toate, dar absolut toate, până la centru. Liniile abstracte n-au grosime. Toate liniile miliardelor de sectoare trebuie sa pornească de la unicul centru. E ca și cum, ai vedea redus, cu binoclul inversat, cercul cel mai exterior, cu toate subdiviziunile lui. Deși cel mai mic cerc (care empiric se poate confunda cu cercul central) conține aceeași infinitate de subdiviziuni, ca cel mai exterior-kilometric, totuși mintea îl simplifica până la punct și-i da valoarea UNU, iar cercului imediat superior îi dă cele 7 unități septimale, celui de-al 3 lea cerc 49, la al 4 lea 343 ș.a.m.d. Unul sau 8 central (un fel de disc al lui Newton cu unificarea tuturor nuanțelor din sectoarele cele mai variate) este focarul, este culoarea a 8 a albă, nerefractată de nicio prismă, strălucitoare ca soarele (și ca sâmburele atomic)

Nr. 1 (aleph) 10 (iod) 100 (kaph) și 1000 (eleph) se foloseau adesea la evrei, ca să exprime unitatea unui tot. Este destul să amintim decalogul și zeciuiala. Deși toate numerele pot fi socotite ca multiplii ai lui 1, totuși în chip special așa și marile unități ale lui 10, la diferite puteri. Ele echivalează cu 7, 7x7, 7x7x7...încât 49, 343 sunt și ele unități septimale de felurite clase.

Comentarii

V. Moisescu, un gânditor profund merge mai departe ca Noica, care rămâne doar la afirmații generale, că Dumnezeu, ca UNUL este în toate ființele și în toate numerele. Moisescu, care citea Biblia cu pasiune, a cercetat îndeaproape, cu duhul inspirat de Duhul adâncimile lui UNU și umbrele sale în Scripturi, și mai mult în Marea Piramidă.

De la unitatea divina 1+1+1=1 (trinitatea), până la 1+1=1 (bărbat+femeie=1 Mat. 195-6), Moisescu ne plimbă prin Cuvânt admirabil și subtil, ne poartă prin paginile istoriei și civilizației și arată sumar însușiri ascunse, dar adevărate, ne dezvăluie cărări vechi și noi, care duc la același adevăr că UNUL este primul și ultimul , alfa și omega, adică Isus Mântuitorul lumii.

UNUL; primul, singurul, cel dintâi, unic sunt contopite în același UNU, care acoperă toată Biblia și-L definesc pe Același Fiu de Dumnezeu, Domnul nostru.

În grecește în NT apare în multe locuri

Efeseni 4.4-6 se folosesc HEN (G#1520), HEIS (G#1520), MIA (G#3391)

Este **un singur** trup (HEN soma), **un singur** Duh (HEN pneuma)**, o singura** nădejde (MIA elpidi)

Este **un singur** Domn (HEIS kurios), **o singură** credință (MIA pistis), **un singur** botez (HEN baptisma)

Este **un singur** Dumnezeu (HEIS Teos)....

În cele 2 versuri apare adjectivul SINGUR=UNU=1, care se acorda cu genul substantivului pe care îl însoțește HEN (N) HEIS (M) și MIA (F)

Ioan 3.16

.....L-a dat pe **singurul** Său Fiu (**MONOGENE** huion)

Aici apare **singurul născut** (G#3439) din cuvintele MONOS (G#3441)=singurul și GENOS (G#1085)=născut

Ioan 9.25

Eu **UNA** (HEN) știu ca eram orb și acum vad

1 Tim.2.5

Căci este **un singur** Dumnezeu (HEIS Teos), și este **un singur** mijlocitor (HEIS mesites) între Dumnezeu și oameni Omul Isus Hristos.

Luca 10.42

În VT

Gen.1.5 Astfel a fost **O** seara și apoi a fost **O** dimineață. Aceasta a fost ziua **INTÂI** (echad=H#259)

Gen. 22.2

Dumnezeu i-a zis: Ia pe **singurul** tău fiu, pe care-l iubești, pe Isaac, du-te în țara Moria și adu-l ardere de tot

Este primul loc din Biblie unde apare cuvântul iubire, folosit aici intre tatăl Avraam și fiul preaiubit Isaac-o imagine sublimă, care aruncă raze de lumina la crucea Golgotei unde Tatăl din cer L-a sacrificat pe singurul Fiu preaiubit, Isus Domnul nostru.

Strong# pentru *singurul* este H3713-*yachid* similar cu H259, care este *unul, primul*

Gen.2 2.12-16-Deut. 6.4, 7.9 Iosua 22.20 folosesc același singurul, care echivalează cu primul, unul și celelalte arătate mai sus.

Zaharia 14.9

În ziua aceea Domnul va fi **singurul** (echad=H#259) Domn și Numele Lui va fi **singurul** Nume

Am trecut sumar la câteva exemple legate de UNUL și marea familie, care guvernează cunoașterea și arunca lumina asupra singurei persoane divine, prin care s-au făcut toate lucrurile, văzute și nevăzute, atât în ceruri dar și pe pământ (Col.1.16), Isus Domnul Salvatorul lumii. Am legat direct și indirect valoarea și puterea lui

UNU cu semnificații adânci la nivel spiritual pe care le-am găsit în Biblie. Istoria lumii și civilizația se leagă de numere, care apar la creație, în cele 6 zile dar și în ultima carte Apocalipsa. Logaritmii și trigonometria guvernează algebra și mai apoi merg la toate ecuațiile, caci orice funcție se descompune în serii Taylor sau Furier. Infiniții mici sunt subdiviziunile lui UNU și mai departe aduc derivatele și calculul integral.

De fapt UNUL definește UNIversul, toata creația, care se ține prin EL. biblia vorbește mai exact despre acest adevăr Coloseni 1,15

EL este chipul Dumnezeului celui nevăzut, cel întâi născut din toată zidirea. Pentru ca prin EL au fost făcute toate lucrurile, care sunt in ceruri si pe pământ, cele văzute si cele nevăzute...Toate au fost facute prin EL si pentru EL

Vedem cum Acel UNU este la obârșia UNIversului, acel 7 (numărul lui Dumnezeu)+**1**=8, care întors si culcat aduce infinitul ∞, simbolul folosit si de Brâncuși la coloana care merge spre cer. Ziua a 8 a este ziua înnoirii, care începe după terminarea celor 7 zile-6 zile de creație si una de odihnă. Miracolul din perioada Macabeilor (165 BC), care a ținut Menora aprinsă, nu O (1) zi ci 8 zile, a adăugat sărbătoarea *Hannukah*, pe 25 Decembrie, sau Ziua Înnoirii Templului, pe care a ținut-o si Domnul Isus, când *se plimba prin Templu, pe sub pridvorul lui Solomon* (Ioan 10.22-23)

8+UNU la Menora si coloana lui Brâncuși din parcul Târgu Jiu

(Pavy Beloiu august-2023 Statele Unite)

Bibliografie

1- Kathleen Clark, *Jost Bürgi's Aritmetische und Geometrische ProgreßTabulen* , Birkhauser, 2010

2- Jörg Waldvogel, *Jost Burgi and the discovery of the logarithms,* Swiss Mathematical Society, 2014

3-Julian Havil, *John Napier, life, logarithms and legagy*, Princeton University Press, 2014

4-Brian Rice, Enrique Gonzales-Velasco, Alexander Corrigan, The life and works of John Napier, Springer, 2017

5-Klaus Truemper, The daring invention of the logarithms table, Leibniz Company, 2020

6-Karl Boyer, *History of Mathematics*, John Wiley & Sons, 2011

7- Detlef Gronau, *Uber die fr¨uhe Geschichte der Logarithmen*, Wien University-Graz

8-Peter Ullrich, *The mathematics behind Jost Bürgi's method for calculating sine tables*, Universität Koblenz-Landau, 2016

9- *Histoire de Mathematiques*, Université Louis Pasteur, 2004-2005